UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI GENOVA
Dottorato di Ricerca in Fisica – IX Ciclo

Giulio Piana

Tesi

Studio di decadimenti rari del leptone τ utilizzando il rivelatore RICH dell'esperimento DELPHI al LEP

In adempimento ai requisiti per il conseguimento
del titolo di Dottore di Ricerca
Gennaio 1997

Tutore
Prof. V. Gracco

Coordinatore
Prof. C. M. Becchi

Tutore esterno
Prof. G. Barbiellini-Amidei

Indice

Introduzione

La tesi descrive una misura dei rapporti di decadimento rari del leptone τ negli stati finali $\mathrm{K}\pi\pi \geq 0\pi^0\nu_\tau$ e $\mathrm{KK}\pi \geq 0\pi^0\nu_\tau$ con i dati raccolti dall'esperimento DELPHI al *collider* $\mathrm{e^+e^-}$ LEP (*Large Electron Positron*) al CERN.

Il leptone τ è un laboratorio ideale per verificare il Modello Standard Elettrodebole. La sua natura leptonica si traduce in un ambiente particolarmente pulito e, allo stesso tempo, la sua massa relativamente grande consente di produrre una grande varietà di modi di decadimento. Ci si aspetta che il τ sia più sensibile ad effetti di nuova fisica rispetto ai leptoni leggeri μ e e. In particolare, nei modi semileptonici, l'ipotesi di accoppiamenti con uno scalare proporzionali ad una qualche potenza della massa del leptone, può essere verificata con tests di universalità.

Il τ è inoltre l'unico leptone a poter decadere in stati finali adronici. Oltre alla misura di α_s è possibile lo studio di effetti di interazione forte a bassa energia in condizioni sperimentali relativamente semplici. A questo proposito, i modi di decadimento che coinvolgono K in stati finali a tre mesoni ricevono contributi da correnti assiali e vettoriali allo stesso tempo. La presenza di entrambi i contributi offre pertanto una possibilità unica per misurare il segno relativo tra la componente vettoriale ed assiale nella corrente adronica. L'informazione rilevante è espressa in modo conveniente in funzioni di struttura che possono essere ricavate da un'analisi delle distribuzioni angolari degli stati finali. Sono dunque possibili test di diversi approcci teorici alla fisica adronica di bassa energia e l'estrazione di parametri di risonanze non accessibili altrove.

Infine, lo stato finale nel decadimento $\tau\rightarrow\ h\,h\,h\,\nu_\tau$, in cui uno o più degli adroni finali sono mesoni K, ha una massa invariante ricostruita in media molto vicina a m_τ. In principio esiste quindi la possibilità di utilizzare questi stati finali per estrarre un limite alla massa del neutrino ν_τ. A questo proposito, gli esperimenti al LEP hanno finora utilizzato per questa misura decadimenti in tre e cinque pioni ricavando il limite da un fit bidimensionale nello spazio massa invariante - energia adronica. La possibilità ulteriore di selezionare stati finali contenenti mesoni K e utilizzare anche l'informazione sulla massa degli adroni risulta di evidente interesse e sperimentalmente percorribile.

Lo studio riportato in questa tesi riguarda la statistica raccolta dall'esperimento DELPHI nella prima fase del programma LEP, quindi ad un energia nel centro di massa pari alla massa del bosone di gauge Z^0. Questa fase, conclusa nel 1995, ha consentito ad ogni esperimento al LEP di raccogliere più di $4\cdot10^6$ eventi Z^0 con cui studiare numerosi aspetti delle interazioni elettrodeboli. Nella seconda fase l'energia nel centro di massa è stata portata a valori superiori, producendo coppie di bosoni $\mathrm{W^+W^-}$, misurandone la massa e cercando evidenza sperimentale per la produzione di nuove particelle.

Per questa seconda fase l'esperimento DELPHI sta ultimando un programma di miglioramento nelle zone Forward-Backward, in particolare con l'installazione di un rivelatore di microvertice al silicio nella zona a bassi angoli polari. Nell'ambito di questo *upgrade* si è anche presa in considerazione la possibilità di installare un ulteriore piano di rivelazione ad alta efficienza, per migliorare le prestazioni di trigger e tracciamento lontano dal punto di interazione. A questo proposito, i gruppi di Genova e del CERN dell'esperimento hanno sviluppato un progetto completo di rivelatore, realizzato due prototipi ed effettuato misure su *test beam*.

Il tipo di rivelatore scelto (*Thin Gap Gas Chamber*) consiste essenzialmente di un piano di fili da 50 μm spaziati con un passo di 2 mm, racchiusi tra due piani catodici resistivi distanti tra loro 3.2 mm. Il piano resistivo è costituito da un foglio di vetronite FR4 da 200 μm ricoperto di grafite. Il segnale indotto sui catodi resistivi è raccolto, per accoppiamento capacitivo, da sottostanti *pads* o *strips* di rame. Anche se questo tipo di rivelatore è già stato utilizzato in precedenza su grande scala per l'esperimento OPAL, l'applicazione realizzata in questo caso differisce per un'elevata granularità, per l'utilizzo di *Printed Circuit Board* multistrato per la struttura della camera e di elettronica VLSI sul rivelatore per discriminare e gestire l'informazione di trigger. Due camere complete sono state realizzate e provate, assieme all'elettronica prevista, sul *test beam* al SPS del CERN. In particolare è stata misurata la carica raccolta da *pads* e *strips* e l'efficienza in diverse condizioni operative. Si è dimostrata la fattibilità del progetto e si sono ottimizzate le condizioni operative, in particolare la tensione anodica e la miscela di gas. Il contributo personale ha riguardato la partecipazione al progetto e ai test dell'elettronica e alle misure sulla camera in laboratorio e su *test beam*. Il disegno completo e i risultati delle misure sono stati infine presentati alla conferenza IEEE-NSS96 di Anaheim.

Rispetto agli altri tre esperimenti al LEP, l'esperimento DELPHI è ottimizzato per l'identificazione di particella. L'identificazione di adroni, in particolare, si ottiene mediante il rivelatore Ring Image CHerenkov (RICH) in grado di separare p, K e π, con prestazioni diverse, nell'intervallo d'impulso tra 0.7 e $\approx$ 30 GeV/c. Questa possibilità viene particolarmente utilizzata per lo studio di risonanze prodotte nello stato finale adronico in decadimenti $\mathrm{Z}^0 \rightarrow \mathrm{q\overline{q}}$, nella misura dell'asimmetria del quarks strange, nella selezione di canali esclusivi nei decadimenti adronici della Z^0. Come già discusso, vi sono diverse motivazioni fisiche per applicare questa tecnica ai decadimenti del leptone τ allo scopo di selezionare i modi rari $\tau \rightarrow \mathrm{K}\pi\pi \geq 0\pi^0\nu_\tau$ e $\tau \rightarrow \mathrm{KK}\pi \geq 0\pi^0\nu_\tau$.

Dal punto di vista sperimentale, il LEP è un ambiente ideale per lo studio del leptone τ. Infatti, nei decadimenti della Z^0 il fondo adronico ($\mathrm{q\overline{q}}$) ha una molteplicità carica elevata (≈ 21) e può essere eliminato senza introdurre criteri particolarmente severi. Le difficoltà principali della misura riguardano l'identificazione di mesoni K con il RICH in presenza di un fondo significativo. Infatti, il leptone τ viene prodotto nel decadimento della Z^0 con un fattore di Lorentz relativamente grande ($\gamma \equiv E/mc^2 \approx 26$) e pertanto i suoi prodotti di decadimento sono fortemente collimati. Nel caso di uno stato finale a tre particelle cariche, la vicinanza tra le tracce comporta una difficoltà di tracciamento e una componente significativa di fondo fisico al segnale Cherenkov nel RICH. In particolare, l'identificazione di particella è resa difficile dalla presenza di rumore (proveniente da tracce vicine, conversioni da π^0, etc) sovrapposto al segnale Cherenkov che si cerca di estrarre.

In questo lavoro, il problema è stato affrontato scrivendo un *pattern recognition* dedicato, basato su un algoritmo di clustering non parametrico. L'algoritmo classifica gli oggetti (in questo caso i fotoni che formano un anello Cherenkov associato alla traccia) in *clusters* senza usare alcuna ipotesi *a priori* sulla distribuzione. Il risultato auspicato di questa procedura è la definizione di un solo sottoinsieme numeroso (5-10 fotoni), contenente il segnale Cherenkov, e di molti sottoinsiemi poco popolati (1-2 fotoni) contenenti il rumore. Il metodo diminuisce così la significatività statistica del rumore distribuendolo in molti sottoinsiemi senza utilizzare alcuna informazione esterna. In particolare non viene effettuato un *clustering* attorno alle ipotesi attese ma si utilizza solo l'informazione associata agli oggetti da classificare, raggruppandoli secondo la reciproca somiglianza.

Questa tecnica di *pattern recognition* viene applicata ai dati reali raccolti dal RICH e alla simulazione Monte Carlo. Si studiano gli effetti sistematici legati al metodo e si misurano le funzioni di risoluzione ottenute in funzione dell'impulso della traccia e dell'angolo polare. La valutazione finale del metodo avviene, infine, stimando la probabilità di errore nella classificazione, cioè l'efficienza di corretta identificazione e la probabilità di misidentificazione.

Si utilizza questa tecnica per discriminare i decadimenti rari del τ contenenti mesoni K dall'insieme inclusivo di decadimenti del τ in tre particelle cariche.
In base all'identificazione di una o più particelle come K e alla carica della particella rispetto alla carica del τ originario, gli eventi candidati vengono classificati in tre classi. Il numero di eventi classificato in ogni classe forma il vettore di termini noti di un sistema di equazioni algebriche lineare i cui coefficienti dipendono dalle efficienze di identificazione e misidentificazione. In questo modo si tiene conto di tutte le possibili migrazioni tra i modi di decadimento. Il sistema di equazioni viene risolto attraverso la *Singular Value Decomposition*, ottenendo il numero di eventi $\tau \to \pi\pi\pi \geq 0\pi^0\nu_\tau$, $\tau \to \mathrm{K}\pi\pi \geq 0\pi^0\nu_\tau$ e $\tau \to \mathrm{KK}\pi \geq 0\pi^0\nu_\tau$. I rapporti di decadimento cercati si calcolano infine come rapporto con la frazione di decadimento inclusiva $\tau \to \; h\,h\,h \; \geq 0\pi^0\nu_\tau$

La tesi è organizzata come segue.

Nel capitolo 1 si descrive brevemente lo stato attuale della fisica del τ inquadrando l'argomento della tesi nel contesto teorico del Modello Standard e delle sue verifiche sperimentali.

Nel capitolo 2 si descrive l'apparato sperimentale e si mostrano le prestazioni dell'esperimento DELPHI. Si riportano i risultati di misure effettuate sui principali sottorivelatori e le capacità globali di ricostruzione di tracce e particelle neutre. Si descrive inoltre il progetto e le misure effettuate su un nuovo rivelatore proposto per le zone Forward-Backward dell'esperimento.

Il capitolo 3 descrive in particolare il rivelatore RICH. La grande statistica raccolta durante la prima fase del programma LEP ha permesso un'approfondita comprensione del rivelatore, in particolare per quanto riguarda gli errori e le risoluzioni intrinseche, che vengono esaminati in dettaglio. Si mostrano inoltre le prestazioni e gli errori sistematici legati all'algoritmo standard per l'identificazione di particella.

Il capitolo 4 descrive brevemente il problema generale del *pattern recognition* e gli approcci generalmente seguiti nella classificazione di oggetti. Viene invece considerata con maggiore dettaglio la tecnica di clustering non parametrico utilizzata nell'algoritmo di identificazione utilizzato in questo lavoro.

Nel capitolo 5 si descrive la preselezione di eventi $\tau^+\tau^-$ nell'insieme dei decadimenti della Z^0. In particolare si valuta il livello di contaminazione dal fondo esterno e si stima l'errore sistematico legato alla preselezione.

Il capitolo 6 descrive la classificazione di eventi sulla base dell'identificazione di K. Si descrive in dettaglio il controllo dell'intera procedura di classificazione e la stima degli errori sistematici. Il capitolo si conclude con una discussione dei risultati per i rapporti di decadimento $\tau \to \pi\pi\pi \geq 0\pi^0\nu_\tau$, $\tau \to \mathrm{K}\pi\pi \geq 0\pi^0\nu_\tau$ e $\tau \to \mathrm{KK}\pi \geq 0\pi^0\nu_\tau$ con un confronto con le precedenti misure al LEP e ad esperimenti a bassa energia.

Capitolo 1

Il leptone τ

1.1 Il Modello Standard Elettrodebole

1.1.1 Rottura della simmetria

Il Modello Standard Elettrodebole [1] è una teoria di gauge basata sul gruppo $\mathrm{SU(2)_L} \otimes \mathrm{U(1)_Y}$ che descrive le interazioni deboli ed elettromagnetiche attraverso lo scambio dei corrispondenti campi di gauge a spin 1: il fotone per l'interazione elettromagnetica e 3 bosoni con massa $\mathrm{W^+}$,$\mathrm{W^-}$e $\mathrm{Z^0}$ per le interazioni deboli.

Oltre ai bosoni di gauge, la teoria contiene i leptoni e i quarks noti, organizzati in tre famiglie, ed un doppietto di campi scalari:

Leptoni:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L e_R, \mu_R, \tau_R. \tag{1.1}$$

Quarks:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L ; u_R, d_R, c_R... \tag{1.2}$$

Bosoni di Gauge:

$$\begin{pmatrix} W^1_\mu \\ W^2_\mu \\ W^3_\mu \end{pmatrix} ;\ B_\mu \tag{1.3}$$

Scalari:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix} \; ; \tag{1.4}$$

La Lagrangiana si scrive richiedendo l'invarianza di gauge, l'universalità leptoni-quarks, l'indipendenza dalla famiglia delle interazioni elettrodeboli.

Attraverso il meccanismo di rottura spontanea della simmetria si identificano termini di massa per i bosoni $W^{\pm}$ e Z^0 e, nel settore di Yukawa della Lagrangiana, i termini di massa dei fermioni. Nel modello minimale la rottura spontanea della simmetria avviene mediante un solo doppietto di campi complessi la cui componente neutra assume un valore di aspettazione sul vuoto v non nullo.

Indicando con h^u e h^d gli accoppiamenti di Yukawa con i fermioni di tipo up e $down$ rispettivamente, i termini che danno origine alla massa dei quarks sono del tipo:

$$\left(h^u_{ij} \overline{\Psi}^u_{Li} \Psi^u_{Rj} + h^d_{ij} \overline{\Psi}^d_{Li} \Psi^d_{Rj} \right) v + h.c. \tag{1.5}$$

Si osserva che nel Modello Standard non vi sono componenti destrorse ν_R per i neutrini, dunque i neutrini rimangono senza massa e la matrice di massa dei leptoni carichi è diagonale.

Questo implica che non sono previste interazioni leptoniche che cambino la famiglia, aspetto quest'ultimo, oggetto di verifica sperimentale da parte di esperimenti dedicati alla misura della massa del neutrino e a misure di oscillazione.

Diversa è la situazione nel caso dei quarks dove la diagonalizzazione della matrice di massa porta ad una lagrangiana di interazione debole in cui le correnti cariche possono cambiare il $flavour$.

1.1.2 Diagonalizzazione della matrice di massa

Scrivendo esplicitamente i campi fermionici:

$$\Psi^u_L = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L \; ; \; \Psi^u_R = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_R \; ; \; \Psi^d_L = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L \; ; \; \Psi^d_R = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_R \; ; \tag{1.6}$$

dove con L e R si intendono rispettivamente le componenti levogira e destrogira. Qui i campi $u, d, c, s, ...$ sono autostati di corrente e quindi:

$$M^U = h^u v \quad e \quad M^D = h^d v \tag{1.7}$$

sono generiche matrici 3×3 non diagonali.

Gli autovettori di queste matrici corrispondono invece agli autostati fisici Ψ^{0d} e Ψ^{0u} a massa definita. La diagonalizzazione di M^U e M^D avviene attraverso rotazioni biunitarie:

$$U_L^\dagger M^U U_R = M^U_{diag} \tag{1.8}$$
$$V_L^\dagger M^D V_R = M^D_{diag} \tag{1.9}$$

per cui gli autostati di massa si legano agli autostati di corrente attraverso:

$$\begin{array}{lcl} \Psi^u_L = U_L \Psi^{0\,u}_L & ; & \Psi^u_R = U_R \Psi^{0\,u}_R \\ \Psi^d_L = V_L \Psi^{0\,d}_L & ; & \Psi^d_R = V_R \Psi^{0\,d}_R \end{array} \tag{1.10}$$

Quindi la Lagrangiana di Yukawa che era espressa nella (1.5) attraverso gli autostati di corrente si scrive nella base di stati fisici Ψ^0 come:

$$\mathcal{L}_{Yuk} = \overline{\Psi}^{0\,u}_L diag\,(m_u, m_c, m_t)\,\Psi^{0\,u}_R + \overline{\Psi}^{0\,d}_L diag\,(m_d, m_s, m_b)\,\Psi^{0\,d}_R \tag{1.11}$$

Il cambiamento di base che ha portato alla diagonalizzazione della matrice di massa ha effetti rilevanti nella rimanente parte di Lagrangiana.

Per esempio, agendo con V_L su Ψ^d_L: la corrente di interazione neutra $(\Psi - \Psi - Z)$ tra le componenti levogire dei fermioni di tipo $down$ e Z^0 si trasforma

$$\overline{\Psi}^d_L \gamma_\mu \Psi^d_L Z^\mu \Longrightarrow \overline{\Psi}^{0\,d}_L V^\dagger_L \gamma_\mu V_L \Psi^{0\,d}_L Z^\mu \tag{1.12}$$

Qui V_L e γ_μ commutano banalmente agendo su spazi diversi e V_L è unitaria, pertanto si ottiene:

$$\overline{\Psi}^{0\,d}_L \gamma_\mu \Psi^{0\,d}_L Z^\mu \tag{1.13}$$

In altri termini l'accoppiamento con la Z rimane diagonale nello spazio di flavour ovvero ci sono solo i termini $Z - d - d$, $Z - s - s$ e $Z - b - b$. Questo risultato significa semplicemente che a livello albero (cioè al prim'ordine della teoria perturbativa) non ci sono processi di tipo FCNC (Flavour Changing Neutral Current). Risultato questo di grande importanza e peraltro completamente analogo a quello ottenuto nel caso di due generazioni da Glashow, Iliopoulos e Maiani [3] con la predizione del quarto quark $charm$.

Il cambiamento di base $\Psi \to \Psi^0$ ha conseguenze piú interessanti dal punto di vista sperimentale nell'interazione per corrente carica:

$$\overline{\Psi}^u_L \gamma_\mu \Psi^d_L W^{\mu +} \Longrightarrow \overline{\Psi}^{0\,u}_L U^\dagger_L \gamma_\mu V_L \Psi^{0\,d}_L W^{\mu +} \tag{1.14}$$

ma qui $U^\dagger_L\, V_L$ non è necessariamente diagonale e quindi possono avvenire (e avvengono) processi con cambiamento di $flavour$. La matrice $U^\dagger_L\, V_L$ è la matrice di Cabibbo Kobayashi Maskawa, una matrice 3×3 i cui elementi non vengono previsti dalla teoria e vanno misurati sperimentalmente. L'unitarietà, l'unico vincolo che la teoria pone sulla matrice, stabilisce importanti relazioni tra gli elementi.

1.1.3 Interazioni deboli dovute a corrente carica

Riassumendo, l'interazione per corrente carica viene descritta dalla Lagrangiana di interazione :

$$\mathcal{L}^{CC}_{int} = -\frac{g^0_2}{\sqrt{2}} W^\mu(x) J^{CC}_\mu(x) + h.c. \tag{1.15}$$

dove g^0_2 è la costante di accoppiamento "nuda" di $SU(2)_L$ e

$$J^{CC}_\mu = \sum_{l=e,\mu,\tau} \overline{\nu}_{l\,L} \gamma_\mu l_L + \sum_{\substack{q=u,c,t \\ q'=d,s,b}} \overline{q}_L V_{qq'} \gamma_\mu q'_L \tag{1.16}$$

dove la matrice di CKM viene scritta esplicitamente :

$$V = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \tag{1.17}$$

La sottomatrice 2×2 in alto a sinistra corrisponde alla matrice di Cabibbo, una matrice unitaria determinata da un unico angolo, introdotta per conservare l'unitarietà

	Massa	Vita media
e	$0.51099907 \pm 0.00000015$ MeV	$> 4.3 \times 10^{23}$ yr
μ	105.658389 ± 0.000034 MeV	$(2.19703 \pm 0.00004) \times 10^{-6}$ s
τ	$1777.00\,^{+0.30}_{-0.27}$ MeV	$(290.21 \pm 1.15) \times 10^{-15}$ s
ν_e	$<$ 10–15 eV	> 300 s $\times\,(m_{\nu_e}/\text{eV})$ (90% CL)
ν_μ	< 0.17 MeV (90% CL)	> 15.4 s $\times\,(m_{\nu_\mu}/\text{eV})$ (90% CL)
ν_τ	< 18.2 MeV (95% CL)	Dipendente dal modello

Tabella 1.1: Masse e vite medie dei leptoni noti

dell'interazione debole nel descrivere decadimenti quali $K^+ \to \mu^+\nu_\mu$ [2]. Si può mostrare come l'estensione di tale matrice a tre generazioni, dovuta a Kobayashi e Maskawa [5], renda possibile la presenza di una fase complessa tra i parametri con importanti conseguenze fenomenologiche. Con tre generazioni la matrice di CKM è determinata da quattro parametri di cui uno corrisponde ad una fase complessa con cui può essere descritta la violazione della simmetria CP.

Rispetto al settore dei quarks, il settore leptonico è molto meno ricco nella struttura di flavour e più semplice da analizzare. L'assenza di un vertice diretto leptone-gluone fornisce un ambiente molto più pulito per studiare la struttura delle correnti deboli e l'universalità dei loro accoppiamenti ai bosoni di gauge. Nelle transizioni puramente leptoniche, le interazioni forti sono solo presenti attraverso piccole correzioni (polarizzazione del vuoto,...) ed è quindi possibile ottenere predizioni teoriche precise che possono essere confrontate con i dati disponibili. L'adronizzazione è naturalmente presente nei decadimenti semileptonici, come $\tau^- \to \nu_\tau\pi^-$, $\pi^- \to \mu^-\overline{\nu}_\mu$, ..., ma coinvolge scambi gluonici tra quarks di una singola corrente adronica. Utilizzando opportuni rapporti di diverse transizioni semileptoniche aventi le stesse componenti adroniche, gli effetti di QCD si cancellano con un'approssimazione molto buona.

1.2 Universalità leptonica

Le masse misurate e le vite medie dei leptoni noti, mostrate in tabella 1.1, sono molto diverse. Lo spettro di massa indica una gerarchia degli accoppiamenti originali di Yukawa che aumenta da una generazione alla successiva (ed una simile struttura è presente anche nel settore dei quarks). La grande differenza tra le vite medie può essere interpretato come una conseguenza cinematica della differenza tra le masse (cf. equazione 1.18).

Stabilire il livello di precisione con cui possiamo affermare che le sottostanti interazioni siano effettivamente identiche per le tre generazioni di leptoni è essenzialmente lo scopo dei test di universalità che seguono.

1.2.1 Correnti cariche

I decadimenti leptonici $\tau^- \to e^-\bar{\nu}_e\nu_\tau, \mu^-\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$ sono noti teoricamente al livello delle correzioni radiative elettrodeboli[7]. Nell'ambito del Modello Standard,

$$\Gamma(\tau^- \to \nu_\tau l^- \bar{\nu}_l) \ = \ \frac{G_F^2 m_\tau^5}{192\pi^3} \, f(m_l^2/m_\tau^2) \, r_{EW}, \tag{1.18}$$

dove $f(x) = 1 - 8x + 8x^3 - x^4 - 12x^2 \log x$. Il fattore $r_{EW} = 0.9960$ tiene conto di correzioni radiative non incluse nella costante di accoppiamento di Fermi G_F e della struttura non-locale del propagatore W[7].

m_τ	$(1777.00^{+0.30}_{-0.27})$ MeV
τ_τ	(290.21 ± 1.15) fs
B_e	$(17.786 \pm 0.072)\%$
B_μ	$(17.317 \pm 0.078)\%$
Br$(\tau^- \to \nu_\tau \pi^-)$	$(11.01 \pm 0.11)\%$
Br$(\tau^- \to \nu_\tau K^-)$	$(0.692 \pm 0.028)\%$
Br$(\tau^- \to \nu_\tau h^-)$	$(11.70 \pm 0.11)\%$

Tabella 1.2: Valori medi di alcuni parametri fondamentali del leptone τ . h^- sta per π^- o K^-.[8, 10, 11, 12]

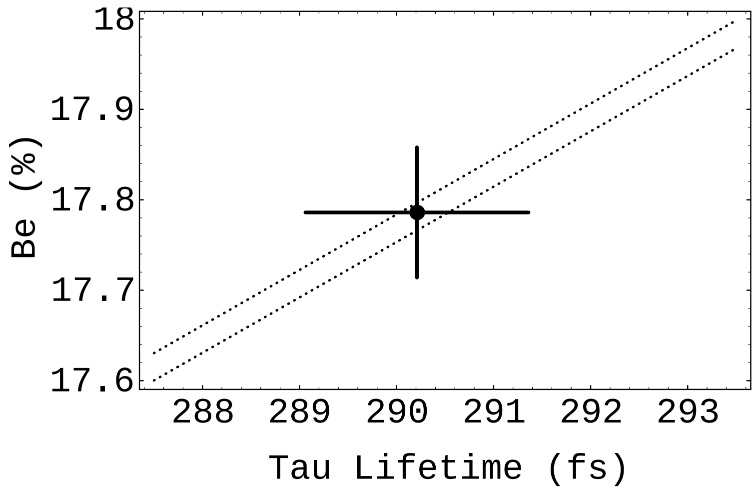


Figura 1.1: Relazione tra B_e e τ_τ. La banda puntinata corrisponde alla predizione in equazione (1.19).

Usando il valore di G_F misurato nei decadimenti del μ, l'equazione 1.18 fornisce una relazione [16] tra la vita media del τ e i rapporti di decadimento leptonici $B_l \equiv B(\tau^- \to \nu_\tau l^- \bar{\nu}_l)$:

$$\begin{aligned} B_e &= \frac{B_\mu}{0.972564 \pm 0.000010} \\ &= \frac{\tau_\tau}{(1.6321 \pm 0.0014) \times 10^{-12}\,\mathrm{s}} \,. \end{aligned} \tag{1.19}$$

Gli errori riflettono l'attuale incertezza di 0.3 MeV sul valore di m_τ.

Dalle principali misure sperimentali riportate in tabella 1.2 si osserva che il rapporto previsto B_μ/B_e è in ottimo accordo con il valore misurato $B_\mu/B_e = 0.974 \pm 0.006$. Come mostrato in figura 1.1, anche la relazione tra B_e e τ_τ, molto sensibile al valore della massa del τ [$\Gamma_{\tau\to l} \propto m_\tau^5$], è attualmente soddisfatta dai dati. Le misure più recenti di τ_τ, B_e e m_τ hanno infatti spostato la media mondiale in modo consistente con il modello eliminando il precedente disaccordo ($\sim 2\sigma$).

La precisione sperimentale (0.4 %) si sta avvicinando al livello ove una possibile massa non nulla del ν_τ potrebbe diventare rilevante; il limite attuale [17] $m_{\nu_\tau} < 24$ MeV (95% CL) garantisce solo che tale effetto è minore dello 0.14 %.[1]

I modi di decadimento $\tau^- \to \nu_\tau P^-$ [$P = \pi, K$] possono essere accuratamente previsti attraverso i rapporti $R_{\tau/P} \equiv \Gamma(\tau^- \to \nu_\tau P^-)/\Gamma(P^- \to \mu^- \bar{\nu}_\mu)$, dove la dipendenza dagli elementi di matrice adronica (le costanti di decadimento f_P) è annullata nel rapporto:

$$R_{\tau/P} = \frac{m_\tau^3}{2 m_P m_\mu^2} \frac{(1 - m_P^2/m_\tau^2)^2}{(1 - m_\mu^2/m_P^2)^2} \left(1 + \delta R_{\tau/P}\right) . \tag{1.20}$$

A causa delle diverse scale di energia coinvolte, le correzioni radiative alle ampiezze di $\tau^- \to \nu_\tau P^-$ non sono, tuttavia, le stesse dei corrispondenti effetti in $P^- \to \mu^- \bar{\nu}_\mu$. La correzione relativa è stata stimata[14, 15]:

$$\begin{aligned} \delta R_{\tau/\pi} &= (0.16 \pm 0.14)\% \,, \\ \delta R_{\tau/K} &= (0.90 \pm 0.22)\% \,. \end{aligned} \tag{1.21}$$

Tutte queste misure possono essre usate come test dell'universalità degli accoppiamenti del W alle correnti cariche leptoniche. Il rapporto B_μ/B_e vincola $|g_\mu/g_e|$, mentre B_e/τ_τ e $R_{\tau/P}$ fornisce informazione su $|g_\tau/g_\mu|$. I risultati attuali sono mostrati nelle tabelle 1.3 e 1.4, insieme ai valori ottenuti dal rapporto [18] $R_{\pi\to e/\mu} \equiv \Gamma(\pi^- \to e^- \bar{\nu}_e)/\Gamma(\pi^- \to \mu^- \bar{\nu}_\mu)$, e dal confronto della sezioni d'urto di produzione parziale $\sigma \cdot B$ per i diversi modi di decadimento $W^- \to l^- \bar{\nu}_l$ ai *colliders* p-$\bar{p}$ [19].

I dati attuali verificano l'universalità degli accoppiamenti leptonici per corrente carica al livello del 0.15% (e/μ) e 0.30% (τ/μ). La precisione delle più recenti misure sui decadimenti del τ sta diventando competitiva con le più accurate determinazioni sui decadimenti del π.

È importante sottolineare la complementarità dei diversi tests di universalità. I modi di decadimento puramente leptonici sono sensibili agli accoppiamenti per corrente

[1] Il limite preliminare di ALEPH [13], $m_{\nu_\tau} < 18.2$ MeV (95% CL), implica una correzione minore dello 0.08% .

	$\lvert g_\mu/g_e \rvert$
B_μ/B_e	1.0005 ± 0.0030
$R_{\pi\to e/\mu}$	1.0017 ± 0.0015
$\sigma \cdot B_{W\to\mu/e}$	1.01 ± 0.04

Tabella 1.3: Limiti attuali su $\lvert g_\tau/g_\mu \rvert$.

	$\lvert g_\tau/g_\mu \rvert$
$B_e\tau_\mu/\tau_\tau$	1.0001 ± 0.0029
$R_{\tau/\pi}$	1.005 ± 0.005
$R_{\tau/K}$	0.984 ± 0.020
$R_{\tau/h}$	1.004 ± 0.005
$\sigma \cdot B_{W\to\tau/\mu}$	0.99 ± 0.05

Tabella 1.4: Limiti attuali su $\lvert g_\mu/g_e \rvert$.

carica della componente trasversa del W. Al contrario, i decadimenti $\pi/K \to l\bar{\nu}$ e $\tau \to \nu_\tau\pi/K$ sono sensibili alla sola componente a spin zero della corrente carica e quindi possono svelare la presenza di possibili contributi da scambi di uno scalare con accoppiamento alla Yukawa, proporzionali ad una qualche potenza della massa del leptone carico. A questo proposito si possono immaginare scenari di nuova fisica che modificherebbero in modo diverso i due tipi di accoppiamento leptonico [20]. Per esempio, nel modello a due doppietti di Higgs, lo scambio di uno scalare carico genera una correzione al rapporto B_μ/B_e, mentre $R_{\pi\to e/\mu}$ rimane inalterato. In modo simile, il *mixing* leptonico tra ν_τ e un ipotetico neutrino pesante non modificherebbe i rapporti B_μ/B_e e $R_{\pi\to e/\mu}$, ma correggerebbe certamente la relazione B_l e la vita media del τ.

1.2.2 Correnti neutre

Nel modello standard tutti i leptoni con la stessa carica elettrica hanno lo stesso accoppiamento con il bosone Z^0: $v_l = T_3^l(1 - 4|Q_l|\sin^2\theta_W)$, $a_l = T_3^l$. Questa proprietà è stata verificata sperimentalmente sia al LEP che a SLC [21, 22], attraverso la determinazione delle costanti vettoriali ed assiali *effettive* dei tre leptoni carichi. In particolare si misurano la sezione d'urto totale $e^+e^- \to Z \to l^+l^-$, l'asimmetria *forward-backward*, l'asimmetria di polarizzazione e l'asimmetria *forward-backward* di polarizzazione ed infine, a SLC, l'asimmetria destra-sinistra delle sezioni d'urto per elettroni iniziali polarizzati destrorsi o sinistrorsi.

$$\sigma^{0,l} = \frac{12\pi}{M_Z^2}\,\frac{\Gamma_e\Gamma_l}{\Gamma_Z^2} \tag{1.22}$$

$$\mathcal{A}_{\mathrm{FB}}^{0,l} = \frac{3}{4}\mathcal{P}_e\mathcal{P}_l \tag{1.23}$$

$$\mathcal{A}_{\mathrm{Pol}}^{0,l} = \mathcal{P}_l \tag{1.24}$$

$$\mathcal{A}_{\mathrm{FB,Pol}}^{0,l} = \frac{3}{4}\mathcal{P}_e \tag{1.25}$$

$$\mathcal{A}_{\mathrm{LR}}^{0} = -\mathcal{P}_e \tag{1.26}$$

dove

$$\mathcal{P}_l \;\equiv\; \frac{-2v_l a_l}{v_l^2 + a_l^2} \tag{1.27}$$

è la polarizzazione longitudinale media del leptone l^-. L'ampiezza di decadimento parziale della Z^0 nello stato finale l^+l^-

$$\Gamma_l = \frac{G_F M_Z^3}{6\pi\sqrt{2}}\,(v_l^2 + a_l^2)\,\left(1 + \frac{3\alpha}{4\pi}\right), \tag{1.28}$$

consente la determinazione di $(v_l^2 + a_l^2)$, mentre il rapporto v_l/a_l è derivato dalle asimmetrie. I segni di v_l e a_l sono fissati richiedendo $a_e < 0$. La polarizzazione dello spin del τ è riflessa nelle distribuzioni dei prodotti di decadimento ed è pertanto possibile la sua misura (solo) per $l = \tau$. Quindi, $\mathcal{P}_\tau$ e $\mathcal{P}_e$ può essere determinata dalla misura degli spettri delle particelle cariche finali nel decadimento di un solo τ o studiando le distribuzioni correlate tra i prodotti finali di entrambi i τ [23].

	e	μ	τ	l
Γ_l (MeV)	83.96 ± 0.15	83.79 ± 0.22	83.72 ± 0.26	83.91 ± 0.11
$\mathcal{A}_{\mathrm{FB}}^{0,l}$ (%)	1.60 ± 0.24	1.62 ± 0.13	2.01 ± 0.18	1.74 ± 0.10

Tabella 1.5: Valori misurati [22] di $\Gamma_l \equiv \Gamma(Z \to l^+l^-)$ e delle asimmetrie leptoniche forward–backward.L'ultima colonna mostra il risultato combinato (per un leptone privo di massa) assumendo l'universalità leptonica

Le tabelle 1.5 e 1.6 mostrano i risultati sperimentali per le larghezze leptoniche e le asimmetrie, I dati sono in ottimo accordo con le predizioni del Modello Standard e confermano l'universalità degli accoppiamenti leptonici neutri[2]. C'è, tuttavia, una piccola ($\sim 2\sigma$) discrepanza tra i valori di $\mathcal{P}_e$ [22] ottenuti da $\mathcal{A}_{\mathrm{FB,Pol}}^{0,\tau}$ e $\mathcal{A}_{\mathrm{LR}}^{0}$.

Assumendo l'universalità leptonica, con il risultato combinato di tutte le asimmetrie leptoniche si ottiene:

$$\mathcal{P}_l = -0.1500 \pm 0.0025\,. \tag{1.29}$$

[2]Una piccola differenza (0.2%) tra Γ_τ e $\Gamma_{e,\mu}$ è generata da correzioni a m_τ.

$\mathcal{A}_{\text{Pol}}^{0,\tau} = \mathcal{P}_\tau$	$\frac{4}{3}\mathcal{A}_{\text{FB,Pol}}^{0,\tau} = \mathcal{P}_e$	$-\mathcal{A}_{\text{LR}}^{0} = \mathcal{P}_e$	$-\{\frac{4}{3}\mathcal{A}_{\text{FB}}^{0,l}\}^{1/2} = P_l$
-0.1401 ± 0.0067	-0.1382 ± 0.0076	-0.1542 ± 0.0037	-0.1523 ± 0.0044

Tabella 1.6: Valori misurati [22] delle diverse asimmetrie di polarizzazione

Nella misura di $\mathcal{A}_{\text{Pol}}^{0,\tau}$ e $\mathcal{A}_{\text{FB,Pol}}^{0,\tau}$ si ipotizza che il decadimento del τ proceda attraverso l'interazione di corrente carica del Modello Standard. Un'analisi più generale dovrebbe tenere conto del fatto che l'ampiezza di decadimento del τ dipende dal prodotto $\xi\mathcal{P}_\tau$ (vedi sezione 1.3), dove ξ è il corrispondente parametro di Michel nei decadimenti leptonici, o la quantità equivalente ξ_h $(= h_{\nu_\tau})$ nei modi semileptonici. Una misura indipendente di ξ e $\mathcal{P}_\tau$ è stata ottenuta da ALEPH[24] ($\mathcal{P}_\tau = -0.139 \pm 0.040$) e L3 [25] ($\mathcal{P}_\tau = -0.154 \pm 0.022$) usando la distribuzione correlata dei decadimenti $\tau^+\tau^-$. L'analisi combinata di tutte le osservabili leptoniche da LEP e SLD ($\mathcal{A}_{\text{LR}}^{0}$) porta agli accoppiamenti effettivi assiali e vettoriali dati nella tabella 1.7 [22]. I corrispondenti intervalli di probabilità al 68% nel piano a_l–v_l sono mostrati in figura 1.2. I rapporti misurati degli accoppiamenti di e, μ e τ forniscono un test dell'universalità per i leptoni carichi nel settore di corrente neutra.

L'accoppiamento del neutrino può essere determinato dall'ampiezza di decadimento invisibile della Z^0, assumendo tre generazioni identiche di neutrini con accoppiamenti levogiri (i.e., $v_\nu = a_\nu$), e fissando il segno con i dati dallo scattering di neutrino[26]. Il valore sperimentale risultante [22], dato in tabella 1.7,è in perfetto accordo con il Modello Standard. Viceversa, si può usare la predizione del SM per $\Gamma_{\text{inv}}/\Gamma_l$ per ottenere una determinazione del numero di flavours per il neutrino (leggero)[22]: $N_\nu = 2.989 \pm 0.012$. L'universalità degli accoppiamenti del neutrino è verificata con esperimenti di scattering ν_μe che fissano [27] l'accoppiamento ν_μ alla Z^0: $v_{\nu_\mu} = a_{\nu_\mu} = 0.502 \pm 0.017$. Le asimmetrie leptoniche misurate possono essere usate per ottenere l'angolo di mixing effettivo elettrodebole nel settore di leptone carico.

$$\sin^2\theta_{\text{eff}}^{\text{lept}} \equiv \frac{1}{4}\left(1 - \frac{v_l}{a_l}\right) = 0.23114 \pm 0.00031\,. \tag{1.30}$$

Includendo anche le asimmetrie adroniche, si ottiene [22]
$\sin^2\theta_{\text{eff}}^{\text{lept}} = 0.23165 \pm 0.00024$ con un $\chi^2/\text{d.o.f.} = 12.8/6$.

1.3 Struttura di Lorentz

Consideriamo il decadimento $l^- \to \nu_l l' \bar{\nu}_{l'}$, dove la coppia di leptoni (l, l') può essere (μ, e), (τ, e), o (τ, μ). Si può scrivere la più generale Hamiltoniana di interazione a quattro leptoni che sia locale, conservi il numero leptonico e sia consistente con l'invarianza di Lorentz [28] come:

$$\mathcal{H} = 4\frac{G_{l'l}}{\sqrt{2}} \sum_{n,\epsilon,\omega} g_{\epsilon\omega}^{n} \left[\overline{l'_\epsilon}\Gamma^n(\nu_{l'})_\sigma\right] \left[\overline{(\nu_l)_\lambda}\Gamma_n l_\omega\right] \;, \tag{1.31}$$

v_e	-0.03828 ± 0.00079
v_μ	-0.0358 ± 0.0030
v_τ	-0.0367 ± 0.0016
a_e	-0.50119 ± 0.00045
a_μ	-0.50086 ± 0.00068
a_τ	-0.50117 ± 0.00079
v_μ/v_e	0.935 ± 0.085
v_τ/v_e	0.959 ± 0.046
a_μ/a_e	0.9993 ± 0.0017
a_τ/a_e	1.0000 ± 0.0019
Con Universalità Leptonica	
v_l	-0.03776 ± 0.00062
a_l	-0.50108 ± 0.00034
$a_\nu = v_\nu$	$+0.5009 \pm 0.0010$

Tabella 1.7: Accoppiamenti leptonici effettivi vettoriali ed assiali derivati dai dati di LEP e SLD[22].

Questa espressione contiene dieci costanti di accoppiamento complesse o, siccome una fase comune è arbitraria, diciannove parametri reali indipendenti che potrebbero essere diversi per ogni decadimento leptonico. Gli indici $\epsilon, \omega, \sigma, \lambda$ indicano la chiralità (sinistrorsa o destrorsa) dei fermioni corrispondenti e n il tipo di interazione: scalare (I), vettoriale (γ^μ), tensoriale ($\sigma^{\mu\nu}/\sqrt{2}$). Per dati n, ϵ, ω, le chiralità del neutrino σ e λ sono univocamente determinate.

Nel Modello Standard $g^V_{LL} = 1$ e tutti gli altri $g^n_{\epsilon\omega} = 0$.

Per una polarizzazione iniziale del leptone $\mathcal{P}_l$, la distribuzione del leptone carico finale nel sistema di riferimento del leptone che decade è usualmente parametrizzata come

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Gamma}{dx\, d\cos\theta} = & \frac{m_l \omega^4}{2\pi^3} G^2_{l'l} \sqrt{x^2 - x_0^2} \\ & \times \left\{ F(x) - \frac{\xi}{3} \mathcal{P}_l \sqrt{x^2 - x_0^2} \cos\theta\, A(x) \right\} \end{aligned} \tag{1.32}$$

dove θ è l'angolo tra lo spin di l^- e l'impulso del leptone carico finale, $\omega \equiv (m_l^2 + m_{l'}^2)/2m_l$ è l'energia massima di l' per neutrino privo di massa, $x \equiv E_{l'}/\omega$ è l'energia ridotta, $x_0 \equiv m_{l'}/\omega$ e

$$\begin{aligned} F(x) = & x(1-x) + \frac{2}{9}\rho \left(4x^2 - 3x - x_0^2\right) \\ & + \eta\, x_0 (1-x), \end{aligned} \tag{1.33}$$

$$A(x) = 1 - x + \frac{2}{3}\delta \left(4x - 4 + \sqrt{1 - x_0^2}\right)$$

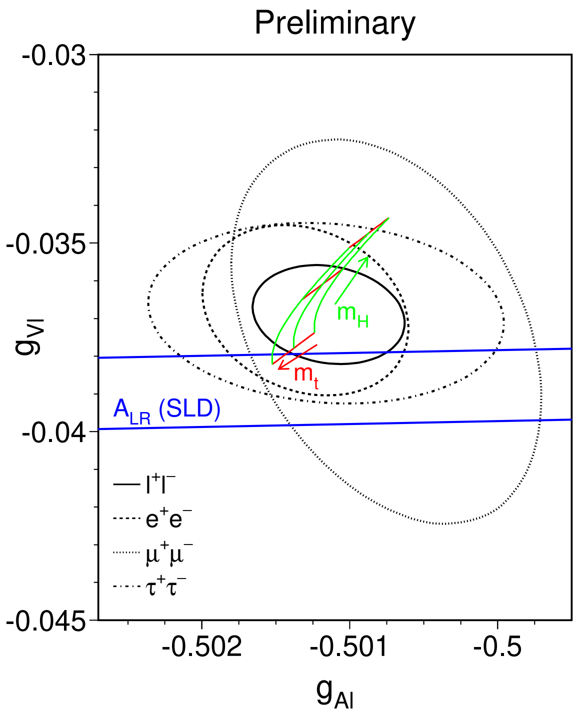


Figura 1.2: Contorni di probabilità al 68% nel piano a_l-v_l dalle misure al LEP. Il contorno continuo assume l'universalità leptonica, È anche mostrats la banda ad 1σ che risulta dalle misure di $\mathcal{A}^0_{\mathrm{LR}}$ a SLD. La griglia corrisponde alla predizione del SM

Per l' non polarizzati, la distribuzione è caratterizzata dal cosiddetto parametro di Michel ρ e dal parametro di bassa energia η. I parametri in 1.33 possono essere espressi in termini delle costanti di accoppiamento $g^n_{\epsilon\omega}$ per le quali è possibile, infine, determinare sperimentalmente dei limiti.

Per il decadimento del μ, ove sono state fatte precise misure delle polarizzazioni sia del muone che dell'elettrone sono stati stabiliti limiti superiori agli 8 accoppiamenti $|g^n_{RR}|$, $|g^n_{LR}|$ e $|g^n_{RL}|$. Le misure con μ^- e e^- non consentono di determinare $|g^S_{LL}|$ e $|g^V_{LL}|$ separatamente[29]. Tuttavia, poichè l'elicità del ν_μ nel decadimento del pione è sperimentalmente nota essere -1 [30], un limite inferiore su $|g^V_{LL}|$ si ottiene dal processo inverso del decadimento del muone $\nu_\mu e^- \to \mu^- \nu_e$. Gli attuali limiti (90% CL) [8] sulle costanti di accoppiamento nel decadimento del μ sono mostrate in figura 1.3. Questi limiti mostrano che la grande parte dell'ampiezza di transizione nel decadimento del μ è del tipo V$-$A.

L'analisi sperimentale dei parametri di decadimento del τ è necessaraimente diversa da quella del μ a causa della vita media molto più corta del τ. Le misure della polarizzazione del τ e del parametro δ sono rese possibili dal fatto che gli spin della coppia $\tau^+\tau^-$ nelle annichilazioni $\mathrm{e^+e^-}$ sono fortemente correlati.

Lo stato attuale della determinazione dei parametri di Michel[10] nel decadimento del τ è mostrata in tabella 1.8 mentre in tabella 1.9 si hanno i limiti al 90% CL) sugli accoppiamenti. Gli stessi limiti sono riportati graficamente in figura 1.4, dove si è

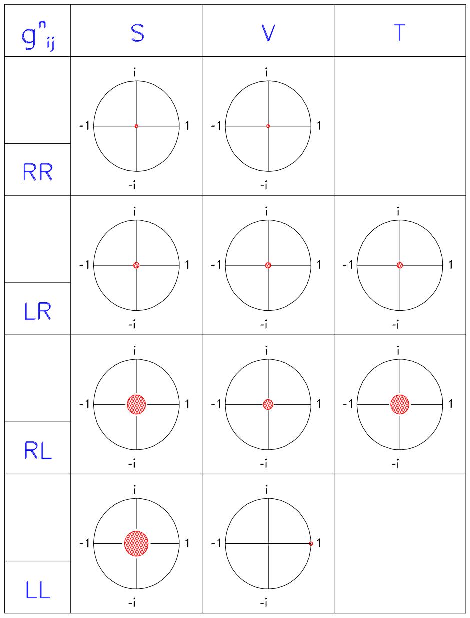


Figura 1.3: Limiti sperimentali al 90 % di CL per gli accoppiamenti normalizzati nel decadimento del $\mu g'^{n}_{\epsilon\omega} \equiv g^{n}_{\epsilon\omega}/N^n$, dove $N^n \equiv \max(|g^{n}_{\epsilon\omega}|) = 2,\, 1,\, 1/\sqrt{3}$ for $n =$ S, V, T.

assunta l'universalità e/μ.

	$\mu \to e$	$\tau \to \mu$	$\tau \to e$	$\tau \to l$
ρ	0.7518 ± 0.0026	0.733 ± 0.031	0.734 ± 0.016	0.741 ± 0.014
η	-0.007 ± 0.013	-0.04 ± 0.20	—	0.047 ± 0.076
ξ	1.0027 ± 0.0085	1.19 ± 0.18	1.09 ± 0.16	1.04 ± 0.09
$\xi\delta$	0.7506 ± 0.0074	0.73 ± 0.11	0.80 ± 0.18	0.73 ± 0.07

Tabella 1.8: Media mondiale [8, 10] dei parametri di Michel. Nell'ultima colonna ($\tau \to l$) si assume accoppiamenti identici per $l = e, \mu$. $\xi_{\mu\to e}$ si riferisce al prodotto $\xi_{\mu\to e}\mathcal{P}_\mu$, dove $\mathcal{P}_\mu \approx 1$ è la polarizzazione longitudinale del μdal decadimento del π

1.4 Tests di QCD

Il τ è il solo leptone noto con una massa sufficientemente grande da poter decadere in adroni. I suoi decadimenti semileptonici sono perciò un laboratorio ideale per studiare le correnti adroniche deboli in condizioni molto pulite. I modi di decadimento $\tau^- \to \nu_\tau H^-$ esplorano l'elemento di matrice della corrente levogira tra il vuoto e lo

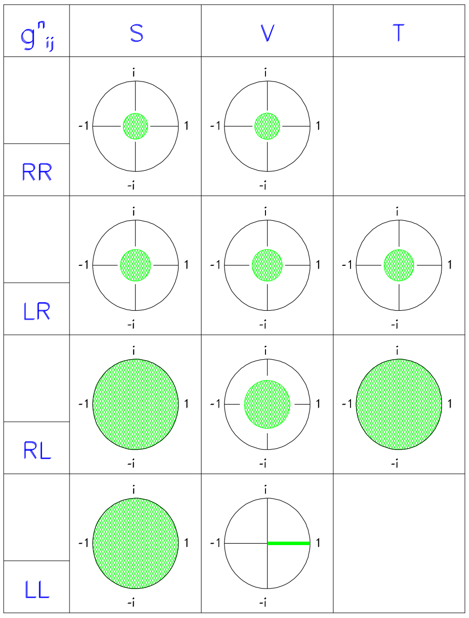


Figura 1.4: Limiti sperimentali al 90 % di CL per gli accoppiamenti normalizzati nel decadimento del $\tau g'^{n}_{\epsilon\omega} \equiv g^{n}_{\epsilon\omega}/N^{n}$, assumendo l'universalità e/μ. $N^{n} \equiv \max(|g^{n}_{\epsilon\omega}|) = 2, 1, 1/\sqrt{3}$ for $n =$ S, V, T.

stato finale adronico H^-,

$$\langle H^- | \bar{d}_\theta \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u | 0 \rangle \,. \tag{1.34}$$

Mentre il processo $e^+e^- \to \gamma \to$ adroni è sensibile alla sola corrente vettoriale elettromagnetica, i decadimenti semileptonici del τ offrono la possibilità di studiare le proprietà di entrambe le correnti vettore e assiale–vettore. Per i modi con la molteplicità più bassa $\tau^- \to \nu_\tau \pi^-$ e $\tau^- \to \nu_\tau K^-$, gli elementi di matrice sono già noti dai decadimenti misurati $\pi^- \to \mu^- \bar{\nu}_\mu$ e $K^- \to \mu^- \bar{\nu}_\mu$. Le corrispondenti larghezze di decadimento sono predette abbastanza accuratamente (vedi tabella 1.3).

Per i modi Cabibbo-permessi con $J^P = 1^-$, l'elemento di matrice della corrente vettoriale carica può anche essere ottenuta, attraverso una rotazione di isospin, dalla parte isovettoriale della sezione d'urto e^+e^- in adroni, che misura l'elemento di matrice della componente $I = 1$ della corrente elettromagnetica. I risultati più recenti[31] sono confrontati con le misure sui decadimenti del τ in tabella 1.10. Si osserva che la precisione sperimentale sui dati dai τ è, in molti casi, migliore di quella ottenuta con e^+e^-.

I decadimenti esclusivi del τ in stati finali adronici con $J^P = 1^+$, o Cabibbo-soppressi con $J^P = 1^-$,non possono essere previsti con uguale accuratezza. Le stime teoriche sono infatti fortemente dipendenti dal modello utilizzato per descrivere le interazioni forti a bassa energia[32]. A questo proposito i decadimenti adronici del

	$\mu \to e$	$\tau \to \mu$	$\tau \to e$	$\tau \to l$
$\lvert g^S_{RR}\rvert$	< 0.066	< 0.71	< 0.83	< 0.57
$\lvert g^S_{LR}\rvert$	< 0.125	< 0.90	< 1.00	< 0.70
$\lvert g^S_{RL}\rvert$	< 0.424	≤ 2	≤ 2	≤ 2
$\lvert g^S_{LL}\rvert$	< 0.55	≤ 2	≤ 2	≤ 2
$\lvert g^V_{RR}\rvert$	< 0.033	< 0.36	< 0.42	< 0.29
$\lvert g^V_{LR}\rvert$	< 0.060	< 0.45	< 0.50	< 0.35
$\lvert g^V_{RL}\rvert$	< 0.110	< 0.56	< 0.54	< 0.53
$\lvert g^V_{LL}\rvert$	> 0.96	≤ 1	≤ 1	≤ 1
$\lvert g^T_{LR}\rvert$	< 0.036	< 0.26	< 0.29	< 0.20
$\lvert g^T_{RL}\rvert$	< 0.122	$\leq 1/\sqrt{3}$	$\leq 1/\sqrt{3}$	$\leq 1/\sqrt{3}$

Tabella 1.9: Limiti al 90% CL per gli accoppiamenti $g^n_{\epsilon\omega}$

V^-	$R_{\tau\to V} \equiv \Gamma(\tau^- \to \nu_\tau V^-)/\Gamma_{\tau\to e}$	
	$\tau^- \to \nu_\tau V^-$	$e^+e^- \to V^0$
$\pi^-\pi^0$	1.413 ± 0.012	1.360 ± 0.043
$2\pi^-\pi^+\pi^0$	0.239 ± 0.005	0.239 ± 0.031
$\pi^-3\pi^0$	0.064 ± 0.008	0.059 ± 0.006
$\pi^-\omega$	0.108 ± 0.004	0.098 ± 0.011
$3\pi^-2\pi^+\pi^0$	0.0012 ± 0.0003	≥ 0.0010
$(6\pi)^-$	—	≥ 0.0052
$\pi^-\pi^0\eta$	0.0101 ± 0.0013	0.0072 ± 0.0011
K^-K^0	0.0089 ± 0.0013	0.0062 ± 0.0016
$\pi^-\phi$	< 0.002	< 0.0006

Tabella 1.10: $R_{\tau\to V}$ da decadimenti del τ[8, 10] e dati e^+e^-[31].

τpossono diventare uno strumento sperimentale molto utile per verificare e studiare i modelli non perturbativi.

1.4.1 α_S dai decadimenti del τ

Il carattere inclusivo della larghezza adronica totale del τ rende possibile un calcolo accurato del rapporto [33]

$$R_\tau \equiv \frac{\Gamma[\tau^- \to \nu_\tau \,\text{hadrons}\,(\gamma)]}{\Gamma[\tau^- \to \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e(\gamma)]}, \tag{1.35}$$

utilizzando vincoli di analiticità e l'*Operator Product Expansion* (OPE). Nella predizione teorica di questa quantità i principali contributi non perturbativi sono soppressi dalla sesta potenza della massa del τ, e sono perciò molto piccoli. La predizione di QCD perturbativa per R_τ è completamente dominata dal contributo perturbativo; gli effetti non-perturbativi sono più piccoli delle incertezze perturbative da correzioni non calcolate di ordine superiore [33]. Inoltre il risultato è molto sensibile al valore di $\alpha_s(m_\tau^2)$, consentendo un'accurata determinazione della costante fondamentale della QCD. Il valore sperimentale di R_τ può essere ottenuto dalle frazioni di decadimento leptonico o dalla vita media del τ. La media di queste determinazioni è:

$$R_\tau = 3.649 \pm 0.014 \,, \tag{1.36}$$

Da questa quantità è quindi possibile ricavare il valore di $\alpha_s(m_\tau^2)$ [34]:

$$\alpha_s(m_\tau^2) = 0.35 \pm 0.06 \,. \tag{1.37}$$

Una volta che la costante di accoppiamento *running* è determinata alla scala m_τ, essa può essere valutata a scala più alta usando il gruppo di rinormalizzazione. Le barre di errore scalano approssimativamente come α_s^2, e perciò diminuiscono al crescere della scala. Dunque, una precisione modesta nella determinazione di α_s a basse energie si traduce in una precisione molto elevata a energie più alte. Dopo l'evoluzione alla scala m_Z, la costante di accoppiamento forte in eq. 1.37 si riduce a [3]

$$\alpha_s(m_Z^2) = 0.122 \pm 0.006 \tag{1.38}$$

in ottimo accordo con l'attuale media LEP[77] $\alpha_s(m_Z^2) = 0.122 \pm 0.006$ (senza R_τ).

1.5 Ricerche di nuova fisica

1.5.1 Violazione del numero leptonico

Nel Modello Standard minimale con neutrini privi di massa, esiste un numero leptonico additivo, separatamente conservato in ogni generazione.Tutti i dati attuali sono consistenti con questa legge di conservazione anche se non vi sono ragioni teoriche forti che proibiscano un *mixing* tra i diversi leptoni, nello stesso modo in cui avviene nel settore dei quark. Infatti, molti modelli predicono in qualche misura violazioni del flavour leptonico o addirittura del numero leptonico.

Decadimenti di K, π e μ, insieme a conversione μ–e, decadimenti doppio beta senza neutrino e studi di oscillazione di neutrino, hanno posto limiti stringenti [8] su interazioni che violino il flavour leptonico o il numero leptonico.

Tuttavia si possono immaginare diversi meccanismi di violazione di questa legge di conservazione per diverse scale di massa. Inoltre, la massa più grande del τ apre la possibilità a decadimenti di tipo nuovo che sono cinematicamente proibiti per il μ. Gli attuali limiti superiori per la violazione di flavour leptonico o di numero leptonico del τ [8] sono dell'ordine di $10^{-4} \sim 10^{-6}$ ben lontani dai limiti ottenuti nei decadimenti del $\mu[Br(\mu^- \to e^-\gamma) < 4.9 \times 10^{-11}$, $Br(\mu^- \to e^-e^+e^-) < 1.0 \times 10^{-12}$, $Br(\mu^- \to e^-\gamma\gamma) < 7.2 \times 10^{-11}$ (90% CL)]. Nel futuro, con campioni di τ dell'ordine di $\sim 10^7$ eventi all'anno è possibile un miglioramento di due ordini di grandezza.

I risultati ottenuti al LEP per gli accoppiamenti del bosone Z^0 (95% CL) sono [38]:

$$\begin{aligned} \mathrm{Br}(Z \to e^\pm\mu^\mp) &< 1.7 \times 10^{-6}; \\ \mathrm{Br}(Z \to e^\pm\tau^\mp) &< 9.8 \times 10^{-6}; \\ \mathrm{Br}(Z \to \mu^\pm\tau^\mp) &< 1.7 \times 10^{-5}. \end{aligned} \tag{1.39}$$

[3] Da un'analisi combinata dei dati, ALEPH riporta [36]: $\alpha_s(m_Z^2) = 0.1225 \pm 0.0006_{\mathrm{exp}} \pm 0.0015_{\mathrm{th}} \pm 0.0010_{\mathrm{evol}}$.

1.5.2 Il neutrino ν_τ

Per la conservazione dell'energia e dell'impulso nei decadimenti osservati del leptone τ si suppone l'emissione di un neutrino, sinora mai osservato direttamente. Poichè i τ non vengono prodotti da fasci di ν_e o ν_μ, sappiamo che ν_τ è diverso dai neutrini muonici o elettronici e si può porre un limite superiore (90% CL) sugli accoppiamenti del τ a ν_ee ν_μ [39]:

$$|g_{\tau\nu_e}| < 0.073\,, \qquad |g_{\tau\nu_\mu}| < 0.002\,. \tag{1.40}$$

Questi limiti possono essere interpretati in termini di oscillazioni $\nu_e/\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$, per escludere una regione nello spazio differenza di massa - angolo di mixing per il neutrino. Nelle situazioni estreme di grandi δm^2 o di mixing massimo i limiti sono [39]:

$$\begin{aligned}
\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau :& \\
& \sin^2 2\theta_{\mu,\tau} < 0.004 \qquad (\text{grande}\, \delta m^2_{\mu,\tau}), \\
& \delta m^2_{\mu,\tau} < 0.9\,\text{eV}^2 \qquad (\sin^2 2\theta_{\mu,\tau} = 1); \qquad (1.41)\\
\nu_e \rightarrow \nu_\tau :& \\
& \sin^2 2\theta_{e,\tau} < 0.12 \qquad (\text{grande}\, \delta m^2_{e,\tau}), \\
& \delta m^2_{e,\tau} < 9\,\text{eV}^2 \qquad (\sin^2 2\theta_{e,\tau} = 1). \qquad (1.42)
\end{aligned}$$

Ci si aspetta che gli esperimenti CHORUS [40] e NOMAD [41], attualmente funzionanti al CERN, e il futuro esperimento E803 al Fermilab riescano a migliorare i limiti di oscillazione $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ di almeno un ordine di grandezza.

LEP e SLC hanno confermato [22] l'esistenza di tre (e solo tre) diversi neutrini leggeri, con accoppiamento standard alla Z^0. Tuttavia, come già detto, non vi è alcuna osservazione diretta di ν_τ, cioè interazioni risultanti da neutrini prodotti nei decadimenti del τ. La sorgente attesa di neutrini ν_τ negli esperimenti di *beam dump* è il decadimento di mesoni D_s prodotti dal processo: $p + N \rightarrow D_s + \cdots$ seguito dal decadimento $D_s \rightarrow \tau^-\bar{\nu}_\tau$ e $\tau^- \rightarrow \nu_\tau + \cdots$ Diversi esperimenti [42] hanno cercato interazioni $\nu_\tau + N \rightarrow \tau^- + \cdots$ con risultati negativi e si è ottenuto solo un limite superiore alla produzione di ν_τ. A questo proposito, l'osservazione diretta di ν_τ dovrebbe essere possibile [43] a LHC, utilizzando la grande sezione d'urto di produzione di charm.

La possibilità di una massa non nulla per il neutrino è una questione particolarmente interessante in fisica delle particelle[44]. Il limite più stringente è fissato da ALEPH[13],

$$m_{\nu_\tau} < 18.2\,\text{MeV} \quad (95\%\,\text{CL}), \tag{1.43}$$

ottenuto con un fit bidimensionale dell'energia visibile e della distribuzione di massa invariante di eventi $\tau^- \rightarrow (3\pi)^-\nu_\tau, (5\pi)^-\nu_\tau$. Per confronto, gli attuali limiti su neutrini del muone e dell'elettrone sono [8] $m_{\nu_\mu} < 170$ KeV (90% C.L.) e $m_{\nu_e} < 15$ eV. Si noti, tuttavia, che in molti modelli è prevista una gerarchia di massa tra le generazioni, con la massa del neutrino proporzionale a qualche potenza della massa del suo partner carico. Per esempio assumendo una relazione del tipo $m_{\nu_\tau}/m_{\nu_e} \sim (m_\tau/m_e)^2$, il limite (1.43) sarebbe equivalente ad un limite di 1.5 eV per m_{ν_e}. Quindi una misura modesta di m_{ν_τ} può implicare forti vincoli alla costruzione di modelli in cui il neutrino ha massa non nulla.

Limiti apparentemente stringenti ma fortemente dipendenti dal modello possono essere ottenuti da considerazioni cosmologiche. Misure sull'età dell'Universo escludono neutrini stabili nell'intervallo [45, 46] 200 eV $< m_\nu <$ 2 GeV. Neutrini instabili con vita media superiore a 300 secondi potrebbero aumentare la velocità di espansione dell'Universo, contraddicendo le conferme della predizione sulla nucleosintesi primordiale di isotopi leggeri [47]; in questo caso l'intervallo escluso è 0.5 MeV $< m_{\nu_\tau} <$ 30 MeV[48]. Per neutrini di vita media arbitraria che decadano in prodotti elettromagnetici è possibile escludere lo stesso intervallo di massa combinando i vincoli sulla nucleosintesi con vincoli basati sulla supernova SN 1987A e sui dati di BEBC[51]. Neutrini leggeri ($m_{\nu_\tau} < 100\,\text{keV}$) che decadano attraverso $\nu_\tau \to \nu_\mu + G^0$ sono pure esclusi dai vincoli di nucleosintesi se la loro vita media è minore di 10^{-2} sec [49].

Sebbene gli argomenti cosmologici portino a limiti abbastanza stringenti si osserva che essi si basano spesso su ipotesi (plausibili) che possono essere superate in scenari fisici alternativi. Per esempio, nella derivazione dell'abbondanza di ν_τ massivi nella nucleosintesi, si assume sempre che il neutrino si annichili con il *rate* previsto dal Modello Standard.

Se il neutrino ν_τ avesse una massa dell'ordine di pochi MeV ($\sim$ la sensibilità di massa che si può pensare di raggiungere nel prossimo futuro) vi sarebbero numerose conseguenze cosmologiche ed astrofisiche. In particolare, si potrebbero rilassare i limiti alla densità barionica posti dalla nucleosintesi dopo il Big-Bang, migliorare l'accordo tra le teorie sulla formazione di strutture (materia oscura fredda) e l'osservazione sperimentale, cercare di capire l'asimmetria barioni-antibarioni dell'universo.

1.5.3 Momenti di dipolo

Lo studio dei momenti di dipolo elettrodeboli può aiutare a comprendere il meccanismo responsabile della generazione della massa. In generale ci si attende [20] che un fermione di massa m_f (generato da fisica ad una certa scala $M \gg m_f$) abbia momenti di dipolo indotti proporzionali al qualche potenza di m_f/M. Perciò, fermioni pesanti come il τ dovrebbero essere un buon laboratorio per questo tipo di misure. In particolare i momenti di dipolo elettrico e debole $d_\tau^{\gamma,Z}$, violano l'invarianza T and P e potrebbero costituire una sorgente di violazione di CP.

I limiti più stringenti (95% CL) sul momento di dipolo magnetico anomalo e sul momento di dipolo elettrico del τ sono stati derivati da un'analisi della larghezza del decadimento $Z \to \tau^+\tau^-$[53], nell'ipotesi che tutti gli altri accoppiamenti abbiano il valore previsto nel SM:

$$\begin{aligned} -0.004 < a_\tau^\gamma < 0.006\,, \\ |d_\tau^\gamma| < 2.7 \times 10^{-17}\, e\,\text{cm}. \end{aligned} \tag{1.44}$$

Questi limiti possono essere invalidati in presenza di qualsiasi contributo a $\Gamma(Z \to \tau^+\tau^-)$ che conservi CP e che interferisca distruttivamente con l'ampiezza del SM. Limiti leggermente più deboli sono stati estratti dal decadimento $Z \to \tau^+\tau^-\gamma$ [54] (95% CL):

$$|a_\tau^\gamma| < 0.0104\,, \qquad |d_\tau^\gamma| < 5.8 \times 10^{-17}\, e\,\text{cm}, \tag{1.45}$$

e da PEP e PETRA [55, 56, 57]:

$$
\begin{aligned}
|a_\tau^\gamma|(35\,\mathrm{GeV}) &< 0.023(95\%\mathrm{CL}), \\
|d_\tau^\gamma|(35\,\mathrm{GeV}) &< 1.6 \times 10^{-16}\,\mathrm{ecm}(90\%\mathrm{CL}).
\end{aligned}
\tag{1.46}
$$

Nel Modello Standard, $|d_\tau^\gamma|$ si annulla, mentre il valore complessivo di a_τ^γ è dominato da contributi di QED del second'ordine [58], $a_\tau^\gamma \approx \alpha/2\pi$. Includendo correzioni di QED all'ordine O(α^3), contributi adronici alla polarizzazione del vuoto e e correzioni dovute a interazioni deboli (che sono un fattore 380 più grandi che nel μ) il momento magnetico anomalo del τ è stato stimato [59, 60]

$$
a_\tau^\gamma|_{\text{th}} \,=\, (1.1773 \pm 0.0003) \times 10^{-3}\,. \tag{1.47}
$$

Il primo limite diretto sul momento magnetico anomalo debole è stato ottenuto da L3, usando asimmetrie azimutali correlate dei prodotti di decadimento di $\tau^+\tau^-$ [61]. Il risultato preliminare (95% CL) di questa analisi è [62]:

$$
-\,0.016 < a_\tau^Z < 0.011\,. \tag{1.48}
$$

La possibilità di un momento di dipolo debole che violi CP è stato studiato al LEP, considerando correlazioni T–odd [63, 64] dei prodotti di decadimento in eventi $\mathrm{Z}^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$. Gli attuali limiti (95% CL) sono [54]:

$$
\begin{aligned}
|\mathrm{Re}\, d_\tau^Z(m_Z^2)| &\leq 3.6 \times 10^{-18}\, e\,\mathrm{cm}, \\
|\mathrm{Im}\, d_\tau^Z(m_Z^2)| &\leq 1.1 \times 10^{-17}\, e\,\mathrm{cm}.
\end{aligned}
\tag{1.49}
$$

Questi limiti forniscono utili vincoli a diversi modelli di violazione di CP[67]. Segnali T–odd possono essere pure generati attraverso una fase relativa tra gli accoppiamenti assiale-vettore della Z^0 alla coppia $\tau^+\tau^-$ [68], i.e. $\mathrm{Im}(v_\tau a_\tau^*) \neq 0$. Questo effetto, che appare nel SM [69] al livello *one loop* attraverso le parti assobitive nelle ampiezze elettrodeboli, porta a correlazioni spin–spin associate con le componenti di polarizzazione trasversa (nel piano di produzione) e normale (al piano di produzione) dei due τ. Una misura preliminare di queste correlazioni di spin trasverso è stata presentata da ALEPH [70] e da DELPHI [71].

1.5.4 Violazione di CP

Nel Modello Standard a tre generazioni, la violazione della simmetria CP è descritta dalla sola fase contenuta nella matrice di CKM. Perciò, se i neutrini sono privi di massa, la violazione di CP non è prevista nel settore leptonico. Va tuttavia sottolineato come l'origine della fase di Kobayashi—Maskawa resti, al pari delle masse dei fermioni e degli angoli di mixing tra quarks, nella parte più oscura del SM: il settore scalare. La violazione di CP potrebbe dunque essere una sonda molto sensibile a possibile nuova fisica.

Finora la violazione di CP nel settore leptonico è stata studiata principalmente attraverso i momenti di dipolo elettrodeboli. Violazioni della simmetria di CP potrebbero tuttavia anche aver luogo nelle ampiezze di decadimento del τ. Infatti, possibili effetti che violino CP potrebbero essere più grandi nel decadimento del τ che nella produzione di $\tau^+\tau^-$[72]. Poichè il decadimento del τ avviene attraverso un'interazione debole, questi effetti potrebbero essere $\mathcal{O}(1)$ o $\mathcal{O}(10^{-3})$, se la violazione di CP leptonica è *weak* o *milliweak* [72].

Una possibilità interessante consiste nello studiare asimmetrie T–odd (CPT–even) nelle distribuzioni angolari degli adroni finali nei decadimenti semileptonici del τ [74]. Alcuni lavori teorici sui modi di decadimento $\tau^- \to K^-\pi^-\pi^+, \pi^-K^-K^+$[75] and $\tau^- \to \pi^-\pi^-\pi^+$ [76] mostrano che significativi effetti di violazione di CP potrebbero essere generati in qualche modello che coinvolga diversi doppietti di Higgs.

Capitolo 2

Il rivelatore DELPHI

2.1 Introduzione

Il rivelatore DELPHI (*DEtector with Lepton, Photon and Hadron Identification*) è un rivelatore per fisica e^+e^-, progettato per fornire un'elevata granularità su un angolo solido di 4π e ottimizzato per l'identificazione di particella[85]. Installato nel *collider* LEP (*Large Electron Positron*) al CERN, il rivelatore è composto da una sezione cilindrica (*Barrel*) e da due *endcaps* amovibili. Si riporta una visione d'insieme del rivelatore in figura 2.1.

L'esperimento è operativo dal 1989 e nella prima fase del programma LEP ($E_{cm} \approx M_{Z^0}$) ha raccolto oltre $4 \cdot 10^6$ eventi adronici, il numero di eventi per ogni anno è dato in tabella 2.1. Nel sistema di coordinate utilizzato da DELPHI, l'asse z è lungo la direzione del fascio di elettroni, l'asse x è diretto verso il centro del LEP mentre l'asse y è diretto verso l'alto. In questo sistema di coordinate l'angolo polare θ è riferito all'asse z e ϕ l'angolo azimutale attorno a questo asse. Un solenoide superconduttore produce un campo magnetico di 1.23 T parallelo all'asse z che deflette le particelle cariche, consentendo la misura dell'impulso da parte del sistema di tracciamento. Quest'ultimo è composto da un rivelatore di vertice al silicio (VD), un Inner Detector (ID), una Time Projection Chamber (TPC), un Outer Detector (OD) e le due camere in avanti A e B.

L'identificazione di elettroni e fotoni è svolta principalmente dai due calorimetri elettromagnetici, *High Density Projection Chamber* (HPC) nella zona *Barrel* e il *Fo-*

Anno	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	Totale
Fuori picco	4	30	52	-	243	-	236	617
Totale	13	125	275	751	755	1484	750	4153

Tabella 2.1: Numero di decadimenti adronici della Z^0 (in migliaia di eventi) raccolti dall'esperimento DELPHI ogni anno durante la prima fase del programma LEP. Gli eventi raccolti fuori dal picco della risonanza Z^0 sono riassunti nella prima riga

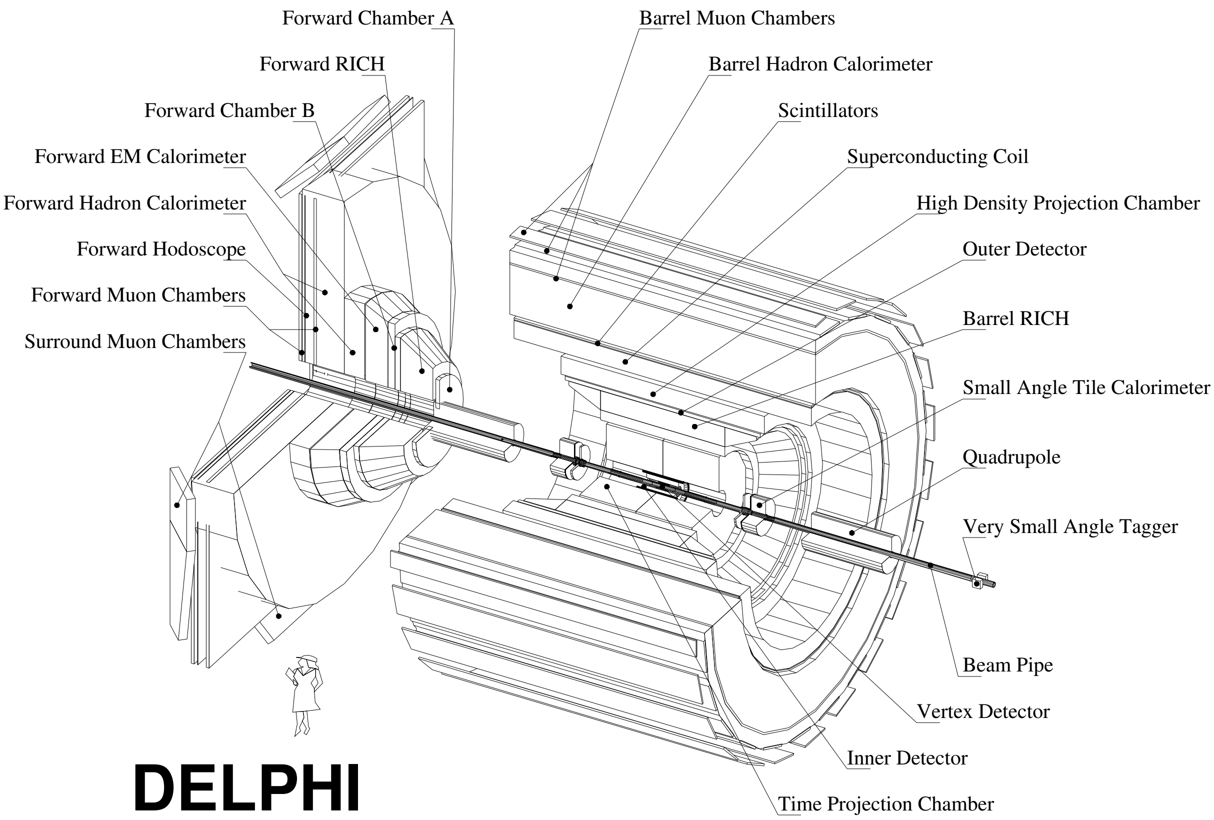


Figura 2.1: Disegno schematico del rivelatore DELPHI

rward Electromagnetic Calorimeter (FEMC) nelle zone in avanti. Le zone a bassissimo angolo polare, importanti per la misura di luminosità con eventi $e^+e^- \to e^+e^-$, sono coperte da un calorimetro *Small Angle TIle Calorimeter* (STIC), installato nel 1994 a sostituzione dei precedenti SAT e VSAT.

L'identificazione di muoni è ottenuta utilizzando l'estrapolazione delle tracce ricostruite con i segnali rivelati nelle camere a *drift*, MUB e MUF rispettivamente per le regioni Barrel e Forward. Nel 1994 uno strato di camere a *limited streamer*, SMC, è stato installato per coprire la zona tra le due regioni.

Il Ring Imaging CHerenkov (RICH) consente l'identificazione di adroni carichi sia nella regione Barrel (BRICH) che in quella Forward (FRICH). Il RICH utilizza due radiatori, gassoso e liquido, in modo da identificare le particelle cariche su un ampio intervallo di impulso (0.7 GeV/c $<$ p $<$ 30 GeV/c). Il BRICH è diventato completamente operativo durante il 1992 e il FRICH all'inizio del 1994. Degli eventi elencati in tabella 2.1, 3320 k sono con il radiatore gassoso e 2240 k con entrambi i radiatori operativi nel BRICH. Il rivelatore FRICH è stato completamente operativo per 2150 k eventi.

Nelle successive sezioni vengono esaminati con maggiore dettaglio alcune parti del rivelatore che sono di particolare rilevanza per l'analisi dei dati svolta. Vengono inoltre descritti alcuni sviluppi del rivelatore, come il potenziamento della regione in avanti, di interesse per la seconda fase del programma LEP. Nell'ambito di questo potenziamento il gruppo di Genova, insieme a quello del CERN, ha sviluppato un progetto per una camera di tipo *Thin Gap Gas Chamber*. Il progetto e i test su fascio di due camere vengono descritti nell'ultima sezione del capitolo.

2.2 Il Trigger

Il sistema di trigger dell'esperimento è strutturato in quattro livelli successivi di crescente selettività (T1,T2,T3 e T4), le sue caratteristiche e la determinazione dell'efficienza dai dati sono descritte in [86]. I primi due livelli (T1 e T2) sono sincroni rispetto al segnale di *Beam Cross Over* (BCO). T1 agisce sostanzialmente come un pre-trigger piuttosto lasco mentre l'acquisizione dei dati raccolti dall'elettronica di *Front End* viene attivata da T2 positivo. Con otto pacchetti di elettroni e positroni equidistanti, l'intervallo di incrocio tra i pacchetti è di 11 μs. Le decisioni di trigger di T1 e T2 vengono prese rispettivamente 3.5 μs e 39 μs dopo il BCO. Il tempo morto introdotto è del 3 %, con il 2 % dovuto a T1 e 1 % a T2, con un tempo tipico di lettura dell'evento di 3 ms.

Gli inputs di T1 sono forniti da rivelatori individuali, cioè dai rivelatori a tracciamento veloci (ID,OD,FCA e FCB), da una matrice di scintillatori nella regione Barrel (Time of Flight, TOF) e Forward (Hodoscope FOrward, HOF), da scintillatori inseriti nell'HPC, dal FEMC e dalle camere MUB. In T2 si aggiungono segnali dalla TPC,HPC e MUF e si utilizzano combinazioni di segnali da diversi sottorivelatori. T3 e T4 sono filtri software asincroni rispetto al BCO. T3 dimezza il fondo rispetto a T2 applicando la stessa logica di quest'ultimo ma usando informazione più dettagliata. T4 funzionante solo dal 1994, dimezza ulteriormente il fondo.

La configurazione di trigger usata in T2 durante la prima fase di LEP è mostrata in tabella 2.2. La sovrapposizione geometrica tra i rivelatori assicura la ridondanza tra diverse condizioni di trigger e quindi un'alta e stabile efficienza su lunghi periodi

Luminosity					
Trigger	Rate (Hz)	Detection			
		e	μ	γ	$c^{\pm}$
SAT/STIC Bhabha	0.8	•			
Single arm	0.4	•			
Delayed Bhabha	$\ll$0.1	•			

Barrel region					
Trigger	Rate (Hz)	Detection			
		e	μ	γ	$c^{\pm}$
TPC	0.8	•	•		•
OD*HPC	0.2	•		•	
OD*TOF	0.4	•	•	•	•
HPC*TOF	0.3	•		•	
HPC $\geq$2 clusters	0.1	•		•	
ID*(MUB+HAB)	0.5		•		•
HPC (Single-γ)	0.3	•		•	

Intermediate region					
Trigger	Rate (Hz)	Detection			
		e	μ	γ	$c^{\pm}$
ID*(HAF+MUF)	0.1		•		•
HPC*(HAF+FEMC)	0.1	•		•	

Forward/Backward region					
Trigger	Rate (Hz)	Detection			
		e	μ	γ	$c^{\pm}$
TPC*FCA/B	0.2	•	•		•
MUF*FCA/B	0.1		•		
TPC*MUF	0.1		•		
FEMC*FCA/B	0.2	•			
FCA/B*HAF	0.4		•		•
HOF Back-to-back	0.3		•		
FEMC$\geq$2 clusters	0.2	•		•	
FEMC (High Threshold)	0.5	•		•	

Calibration and special triggers		
Trigger	Rate (Hz)	Detection
NIM	0.04	Random trigger
TPC*(SAT/STIC)	0.1	Two-photon trigger
TOF*HAB (High Threshold)	0.2	Search trigger
HOF*MUPARAL	0.1	Halo-μ trigger

Tabella 2.2: Elenco dei trigger usati in T2. Oltre ai nomi dei sottorivelatori si mostrano le sensitività ad elettroni (e^{+}), muoni (μ), fotoni (γ) e particelle cariche ($c^{\pm}$). L'"OR" e "AND" logico sono indicati rispettivamente con "+" e "*".

di presa dati. Questa è consistente con 1 al livello di 10^{-4} per angoli polari tra $20°$ e $160°$, per coppie di e^+e^- o $\mu^+\mu^-$. Per tracce singole con momento trasverso al fascio superiore a 1 GeV/c, le efficienze superano 95%. Nella regione Barrel l'efficienza sul singolo fotone cresce linearmente da $\approx 5\%$ per fotoni tra 1 e 2 GeV a $\approx 60\%$ per fotoni sopra 4 GeV.

2.3 Il Sistema di Acquisizione e Controllo

2.3.1 DAS

Il sistema di acquisizione (*Data Acquisition System*) di DELPHI è interamente basato sullo standard Fastbus [78]. Più di 150 *crates* Fastbus e 70 microprocessori sono connessi, attraverso una rete Ethernet a un cluster VAX.

Il DAS è diviso in partizioni, ognuna corrispondente ad un rivelatore o a metà dei rivelatori più grandi.Ogni partizione usa moduli di digitizzazione indipendenti sebbene molte partizioni condividano la misura del tempo sui moduli LTD (*Lep Time Digitizer*)[80]. Allo scopo di ridurre i tempi morti ad ogni trigger, quasi tutti i moduli di front-end sono equipaggiati con un buffer da quattro eventi. In questo caso, quindi, il compito del DAS è essenzialmente quello di commutare al buffer successivo quando riceve un trigger T2 positivo. Questo procedimento, chiamato *Front-End Freeing* richiede circa 3 ms, inducendo un tempo morto del 0.4 %. La gestione del trigger T2 è sincrona con il *beam crossing* mentre la lettura dei *front-ends* è svolta in modo asincrono.

2.3.2 Slow Controls

Il sistema di controllo (*Slow Controls*) controlla il funzionamento dei rivelatori notificando all'operatore e, se necessario, intervenendo su cambiamenti significativi del rivelatore o dell'ambiente circostante (e.g. Temperatura o Pressione ambientale)[79]. Il sistema registra ogni cambiamento in modo che questa informazione sia disponibile per la successiva analisi dei dati e assicura, attraverso allarmi e segnalazioni ridondanti, la sicurezza dell'apparato.

La maggior parte dei rilevamenti e del controllo di temperature, basse tensioni, alimentatori dei Fastbus, etc, è realizzata da moduli ADC e relay in 90 microcomputer G64 [83]. La maggior parte delle alte tensioni sono fornite da sistemi CAEN[84] controllati da G64. Ogni G64 riceve comandi e trasmette informazioni ad un *Elementary Process* su VAX, responsabile del sottorivelatore. Le comunicazioni tra questi due sistemi avvengono tramite il *Remote Procedure Call model*, con protocollo di trasporto OSI e DECnet su Ethernet.

L'operatore e il controllo automatico interagiscono con il sistema sottostante tramite una macchina a stati programmabile (*State Management Interface*, SMI)[82]. Questo consente ad un solo operatore di supervisionare a 12609 rilevamenti e canali di controllo. Il tempo morto per alzare le tensioni ai rivelatori all'inizio di ogni presa dati è minimizzato così come quello necessario a gestire in sicurezza situazioni indesiderate (e.g. *High Voltage Trips*, forte background dal LEP, etc.).

2.3.3 Prestazioni

La dimensione media di un evento Z^0 è circa 150 kbytes. Con un trigger T2 di circa 5 Hz, il potere di reiezione sia di T3 che di T4 è circa 1.5, l'acquisizione dei dati avviene ad una frequenza di 2 Hz. Tipicamente il campione così prodotto comprende 15% di decadimenti Z^0, 30% di Bhabha e 55% $\gamma\gamma$, cosmici e eventi di fondo. Il tempo morto totale di DELPHI integrato su un anno di presa dati è del 14.4%: 1.5 $\%$ per la inizializzazione dei rivelatori all'inizio della presa dati, 1% per controlli interni del DAS, 2% per interruzione dell'acquisizione dovuta a fondo generato dal LEP troppo alto, 7% per interruzione dell'acquisizione dovuta a *crashes* dell'acquisizione e 3 $\%$ dovuta al tempo morto di T1 e T2. Si rileva come l'affidabilità del sistema di acquisizione sia un fattore dominante tra le cause di inefficienza globale.

2.4 Misura della Luminosità

Ai *collider* $\mathrm{e^+e^-}$, si misura la luminosità contando il numero di eventi Bhabha. Questo processo, oltre ad essere molto semplice da distinguere sperimentalmente, viene prodotto con un'elevata statistica e ha una sezione d'urto che può essere calcolata teoricamente in modo molto accurato. $\mathrm{e^+e^-} \to \mathrm{e^+e^-}$ avviene quasi completamente attraverso lo scambio di un fotone nel canale t, quindi la sezione d'urto ha un forte picco a bassi angoli polari. Dal 1994 DELPHI usa un calorimetro a campionamento piombo-scintillatori, lo STIC[87], in una regione angolare tra 29 e 185 mrad in θ (figura 2.2). La risoluzione in energia del calorimetro è $\sigma_E/E = (0.0152 \pm 0.0002) \oplus (0.135 \pm 0.001)/\sqrt{E}$ (E in GeV) e la precisione complessiva nella misura della luminosità è 0.09%.

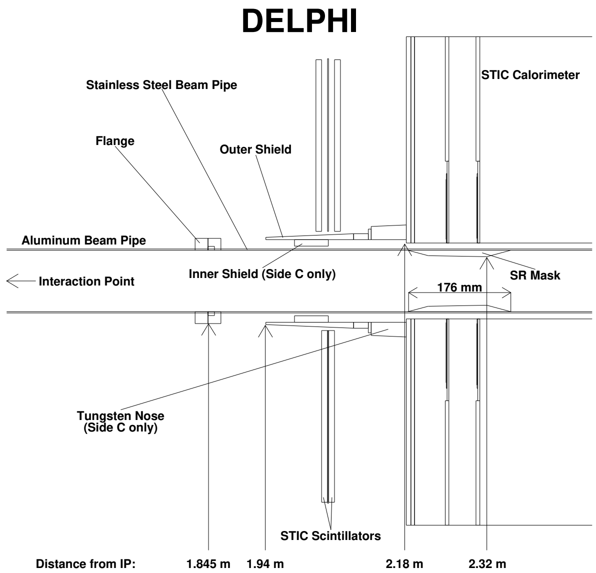


Figura 2.2: Calorimetro STIC per la misura della luminosità

2.5 Il Sistema di Tracciamento

Il tracciamento è un aspetto particolarmente critico nello studio dei decadimenti $\mathrm{K}\pi\pi$ e $\mathrm{KK}\pi$ del leptone τ. A causa dell'elevato valore del fattore di Lorentz ($\gamma \equiv E/mc^2 \approx 26$) le tre particelle sono molto collimate e i relativi segnali rilasciati nella TPC sono spesso distinguibili con difficoltà. Allo stesso tempo, i decadimenti del leptone τ sono spesso composti da uno o più π^0 che, decadendo in due fotoni, generano tracce addizionali $\mathrm{e}^+\mathrm{e}^-$ per conversione del fotone nel materiale. Infine l'identificazione di particella carica con il RICH, punto cruciale dell'analisi, si basa fortemente sui parametri della traccia. In particolare, l'estrapolazione della posizione all'interno del radiatore consente di associare i segnali dell'anello Cherenkov alla traccia e la misura dell'impulso determina il valore atteso dell'angolo Cherenkov cioè, in ultima analisi, l'identificazione di massa.

Il sistema di tracciamento è diviso in un numero relativamente grande di dispositivi indipendenti. Nel seguito, si riassumono le prestazioni ottenute da ognuno e si commenteranno i risultati ottenuti dal sistema combinato.

2.5.1 Rivelatore di Vertice

Il rivelatore di vertice (VD) consiste di tre strati cilindrici coassiali di rivelatori a strip al silicio ad un raggio medio di 6.3, 9.0 e 10.9 cm[88]. Ogni strato è suddiviso secondo l'angolo azimutale in 24 settori. Per angoli polari $44° \leq \theta \leq 136°$, una particella attraversa tutti e tre gli strati del VD. Il passo di lettura è di 50 $\mu\mathrm{m}$ nel piano Rϕ perpendicolare alla direzione del fascio.

La precisione sul singolo *hit* può essere stimata dalla distribuzione dei residui degli hits scartati nel fit nelle regioni di sovrapposizione. Tali distribuzioni includono contributi da rimanenti incertezze nell'allineamento. La figura 2.3 mostra la distribuzione dei residui in Rϕ mediata su tutti i settori e gli angoli di incidenza della traccia.

La larghezza della Gaussiana centrale corrisponde ad una precisione di singolo hit di 7.6 μ per uno strato. Le code non-Gaussiane sono dovute a diverse caratteristiche del cluster (dimensione, altezza di impulso, rumore) e angoli di incidenza e sono ben comprese. La distribuzione di probabilità del χ^2 di singola traccia è sufficientemente piatta con il 6$\%$ delle tracce aventi probabilità inferiori al 1%. La precisione di singolo hit della coordinata z è funzione dell'angolo di incidenza della traccia come mostrato in figura 2.4 e raggiunge i 9 μm per tracce perpendicolari ai moduli. La larghezza della distribuzione nella figura piccola deve essere divisa per $\sqrt{2}$ per ottenere la precisione di singolo *hit*.

2.5.2 Inner Detector

La camera a drift interna (*Inner Detector, ID*) è una *jet-chamber* con 24 settori azimutali, ognuno in grado di fornire fino a 24 punti Rϕ per traccia tra 12 cm e 23 cm di raggio (figura 2.5).

Per angoli polari compresi in $23° \leq \theta \leq 157°$ una traccia attraversa un volume sensibile con almeno 10 fili. All'esterno vi sono 5 camere *Multi Wire Proportional Chamber* con fili sensibili spaziati da circa 8 mm e con strisce catodiche che forniscono in-

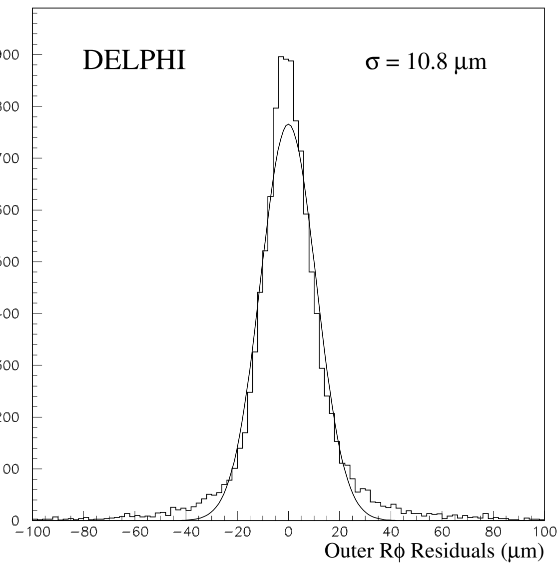


Figura 2.3: Distribuzione dei residui in Rϕ per il rivelatore di vertice

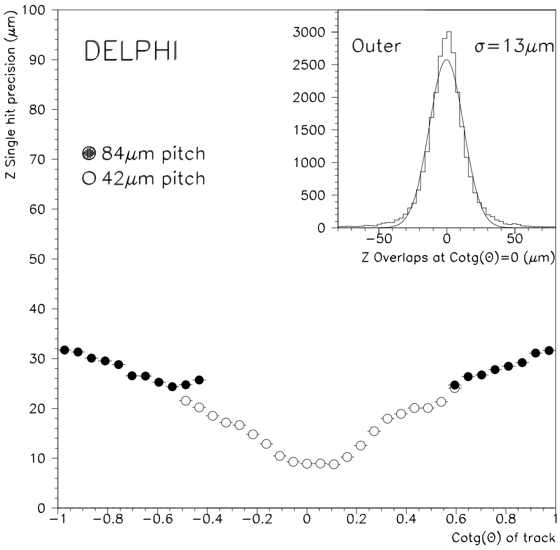


Figura 2.4: Risoluzione in z in funzione dell'angolo di incidenza della traccia nel rivelatore di vertice.

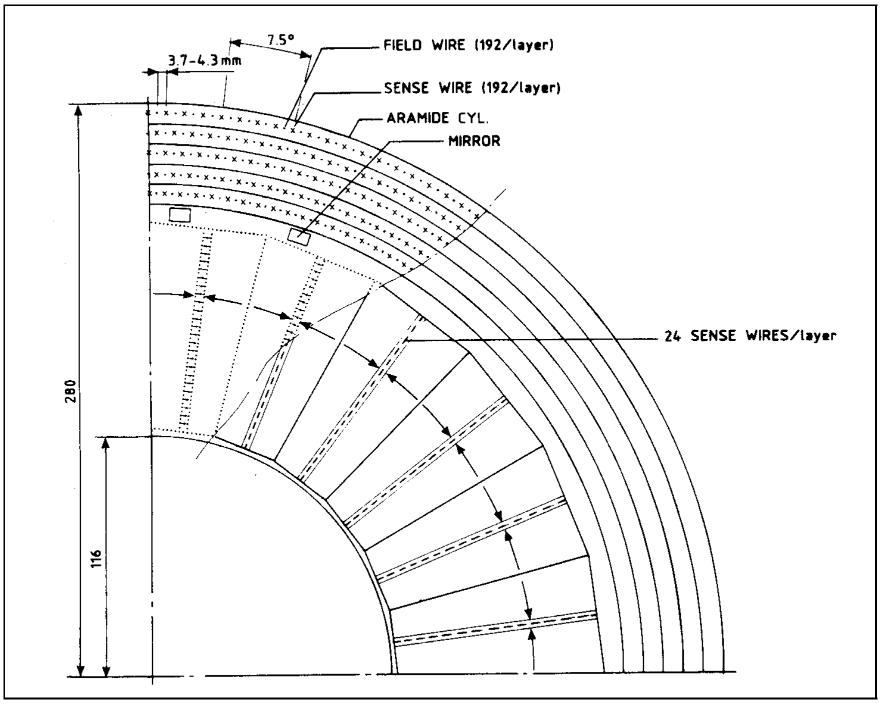


Figura 2.5: Sezione trasversale dell'Inner Detector

formazione Rz. Dall'inizio del 1995 queste sono state sostituite da 5 strati di *straw tubes*.

La precisione sul singolo filo varia da 75 μm a 125 μm, secondo la distanza di *drift*. La precisione sull'elemento di traccia locale in eventi $Z^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ sono $\sigma(R\phi)$ = 50 μm e $\sigma(\phi)$ = 1.5 mrad.

2.5.3 Time Projection Chamber

Un disegno schematico della *Time Projection Chamber* (TPC) è riportato in figura 2.6.

Entrambe le estremità della TPC sono divise in 6 settori azimutali, ognuno con 192 fili sensibili e 16 righe circolari di *pads* catodiche.Quindi il rivelatore fornisce fino a 16 punti spaziali per traccia con un raggio tra 40 e 110 cm tra gli angoli polari $39° \leq \theta \leq 141°$.

Il numero di *pads* interessate diminuisce ad angoli polari minori fino ad un minimo utile di tre righe per angoli polari tra $20° \leq \theta \leq 160°$. Le caratteristiche principali della TPC di DELPHI sono riassunte in tabella 2.3. La velocità di drift è misurata costantemente durante la presa dati con una precisione relativa $\leq 2 \cdot 10^{-4}$. La calibrazione è controllata dalla differenza in z dei vertici formati separatamente da tracce nelle metà a z positiva e z negativa.

La precisione di singolo punto per tracce da decadimenti $Z^0 \rightarrow \mu^-\mu^+$ è 250 μm nel piano Rϕ e 880 μm nel piano Rz. La risoluzione a due punti è di circa 1 cm in entrambe le direzioni. La precisione degli elementi di traccia è limitata dalle distorsioni e vale 150 μm in Rϕ e circa 600 μm in z.

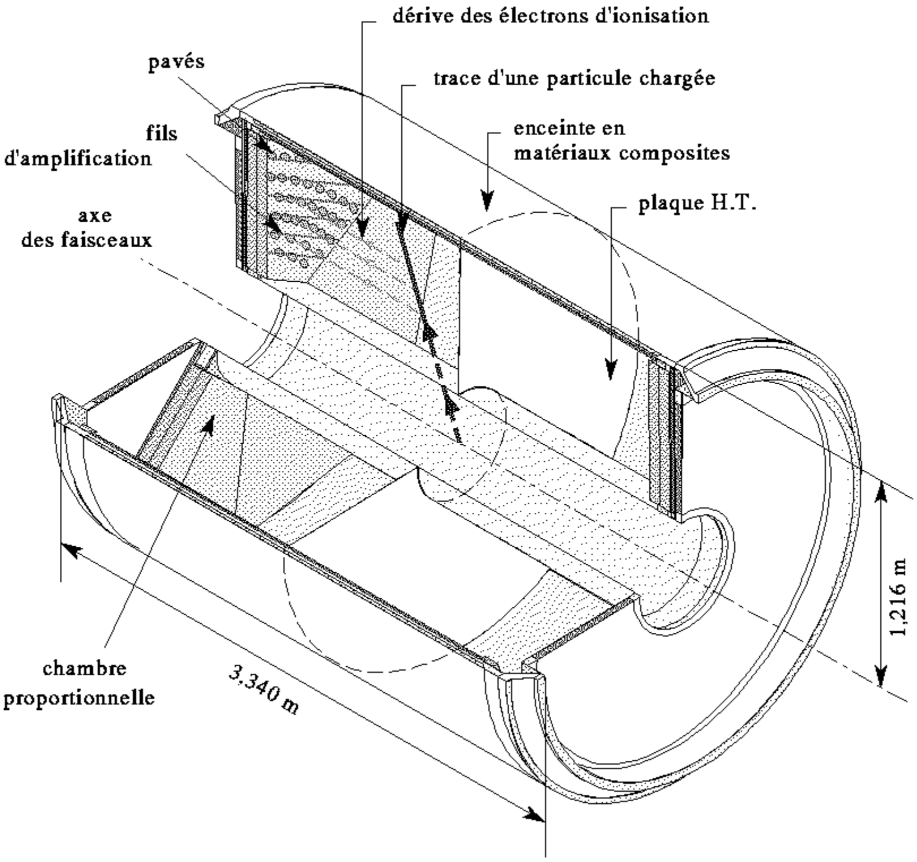


Figura 2.6: Schema della Time Projection Chamber di DELPHI

2.5.4 Outer Detector

L'*Outer Detector* (OD) consiste di 5 strati di tubi a *drift*, in condizioni operative di *limited streamer*, tra 197 e 206 cm di raggio. In figura 2.7 è riportata una sezione del rivelatore in corrispondenza della giunzione tra due moduli.

Il rivelatore copre l'angolo polare $42° \leq \theta \leq 138°$. La precisione di singolo punto è $\sigma(\mathrm{R}\phi) = 110\mu$m, indipendentemente dalla distanza di drift, con un'efficienza sulla singola cella maggiore del 99.5 $\%$. La precisione nella coordinata z è $\sigma(z)$ = 3.5 cm.

2.5.5 Forward Chamber A

Ad ogni estremità della TPC sono montati tre moduli, ognuno formato da due piani di tubi a *drift*, in condizioni operative di *limited streamer*. La sezione di un piano è mostrata in figura 2.8

La camera copre angoli polari tra $11° \leq \theta \leq 32°$ e $148° \leq \theta \leq 169°$. Gli elementi di traccia hanno una precisione $\sigma(x)$=290 μm, $\sigma(y)$=240 μm,$\sigma(\theta)$=8.5 mrad e $\sigma(\phi)$=24 mrad mediata su θ.

Caratteristiche della TPC di DELPHI	
sense wires spacing	4 mm
sense wires diameter	20 μm
sense wires high voltage	1435 V
maximum drift length	1.34 m
magnetic field	1.23 T
drift field	187 V cm^{-1}
drift speed of primary electrons	7 cm μs^{-1}
gas pressure	stabilized to 1 atm
gas temperature	$\sim$ 29 °C
gas mixture	80% Ar 20% CH_4

Tabella 2.3: Caratteristiche e condizioni operative della TPC di DELPHI negli anni 1993-1995.

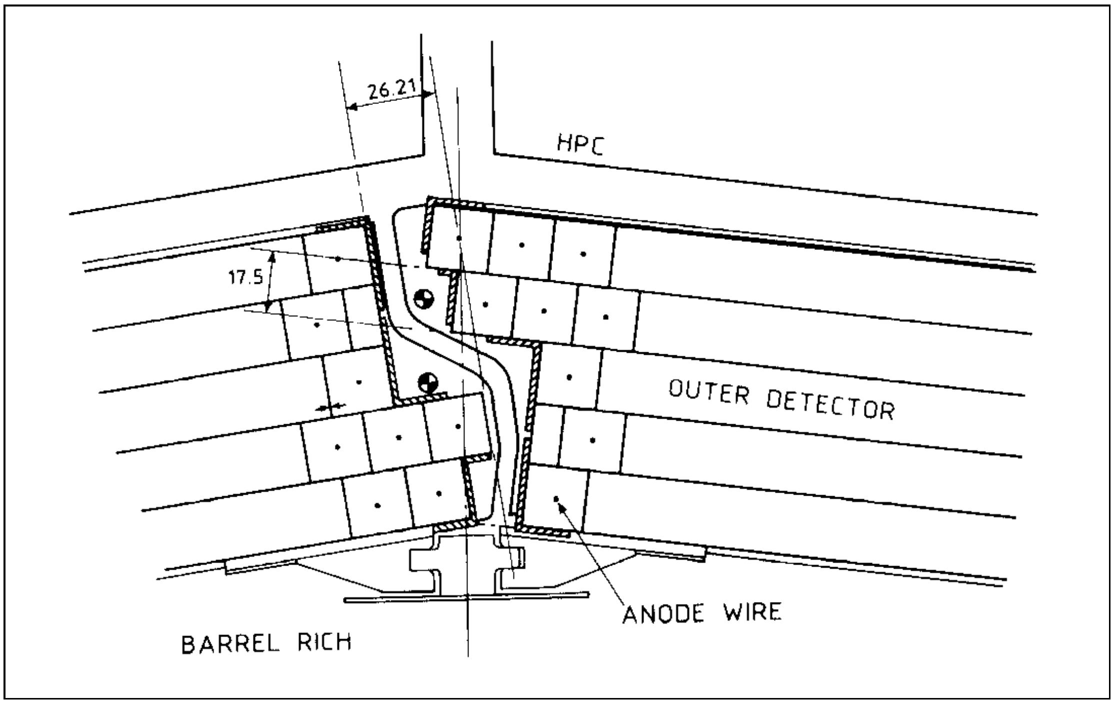


Figura 2.7: Outer Detector. È visibile la sovrapposizione tra i moduli

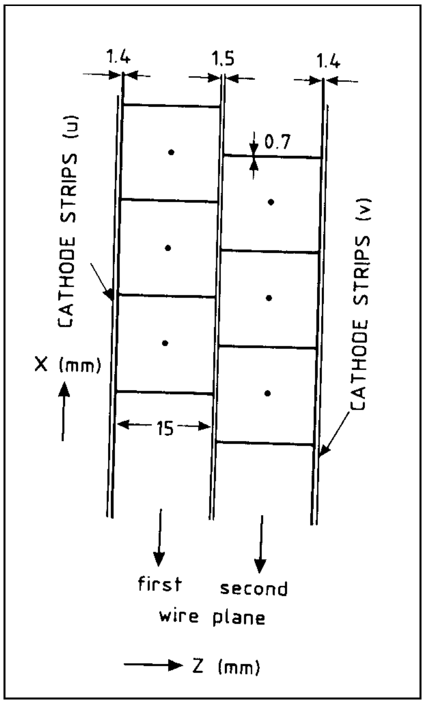


Figura 2.8: Sezione trasversale di un piano delle Forward Chambers A

2.5.6 Forward Chamber B

La FCB è una camera a *straw tubes* posta ad una distanza media $|z|$ = 275 cm dal punto di interazione. La camera composta di 12 piani di lettura, 4 per ogni coordinata su tre direzioni sfalsate di $120°$. In figura 2.9 un settore semicircolare è visto con il dettaglio degli *straw tubes* e in sezione.

La superficie sensibile della camera corrisponde ad angoli polari $11° \leq \theta \leq 36°$ e $144 \leq \theta \leq 169°$. La precisione sui parametri degli elementi di traccia ricostruiti è stata misurata $\sigma(x, y)$=150μm, $\sigma(\theta)$=3.5 mrad e $\sigma(\phi) = 4.0/\sin\theta$ mrad

2.5.7 Precisione sulla misura dell'impulso

La precisione globale ottenuta dal sistema di tracciamento viene misurata usando eventi $Z^0 \rightarrow \mu^-\mu^+$ aventi un'acollinearità tra i due muoni minore di $0.15°$. Richiedendo che la traccia contenga informazione da tutti i rivelatori della zona Barrel (VD,ID,TPC,OD) si determina la distribuzione dell'inverso dell'impulso mostrata in figura 2.10 (a).

Con un fit a due Gaussiane si ottiene per quella più stretta:

$$\sigma(1/p) = 0.57 \cdot 10^{-3}(GeV/c)^{-1} \tag{2.1}$$

Le code della distribuzione sono descritte dalla Gaussiana più larga con una $\sigma(1/p) = 1.04 \cdot 10^{-3}\ (GeV/c)^{-1}$ ed un peso relativo pari al 8 % rispetto al picco totale.

Nella regione in avanti si richiede la FCB e almeno lo strato più interno del VD ottenendo (figura 2.10 (b)):

$$\sigma(1/p) = 1.31 \cdot 10^{-3}(GeV/c)^{-1} \tag{2.2}$$

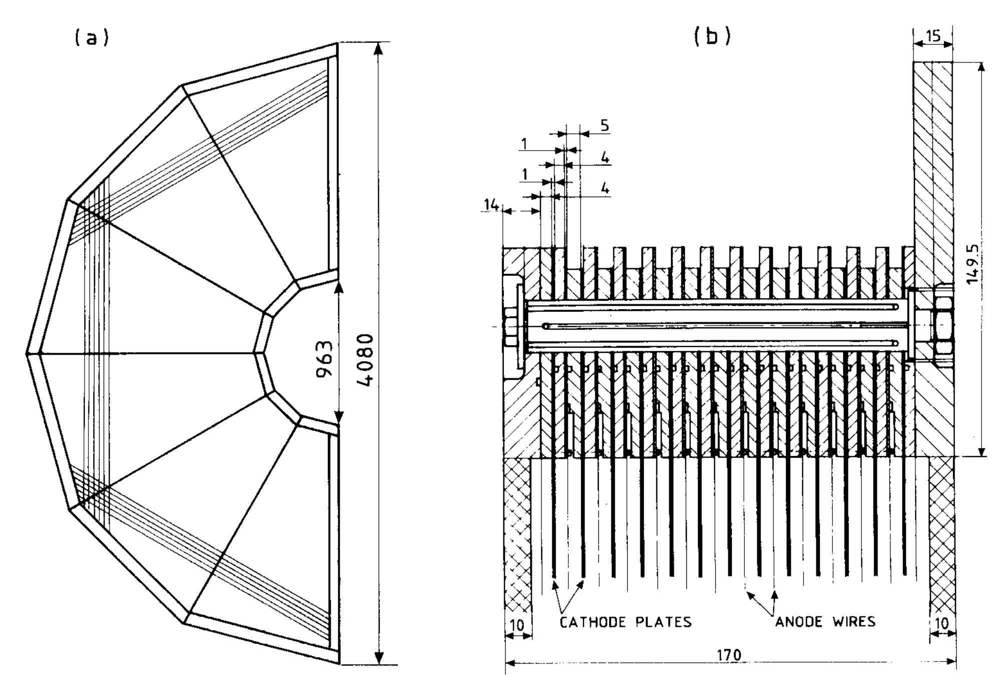


Figura 2.9: Settore semicircolare della Forward Chambers B con in evidenza gli *straw tubes* e sezione della camera.

In funzione della combinazione di rivelatori traccianti usati si ottengono diverse precisioni sulla misura dell'impulso, riassunte in tabella 2.4.

$\theta(°)$	Rivelatori	$\sigma(1/p)(GeV/c)^{-1}$
≥ 42	VD+ID+TPC+OD	$0.6 \cdot 10^{-3}$
≥ 42	ID+TPC+OD	$1.1 \cdot 10^{-3}$
≥ 42	VD+ID+TPC	$1.7 \cdot 10^{-3}$
≤ 36	VD + FCB inclusi	$1.3 \cdot 10^{-3}$
25-30	FCB inclusa	$1.5 \cdot 10^{-3}$
$<$25	FCB inclusa	$2.7 \cdot 10^{-3}$

Tabella 2.4: Precisione sulla misura dell'impulso per muoni da 45.6 GeV/c

Le precisioni ottenute a valori dell'impulso diversi possono essere stimate confrontando i parametri simulati e ricostruiti in un campione di decadimenti adronici della Z^0. In figura 2.11 (a) la risoluzione σ è sostanzialmente costante in tutta la regione *Barrel* mentre si deteriora nella regione *Forward*. Un andamento simile è visibile sulla misura degli altri parametri della traccia ϕ e θ rispettivamente in figura 2.11 (c) e (e). Nelle figure 2.11 (b),(d) e (f) si hanno le stesse risoluzioni misurate per intervallo di impulso.

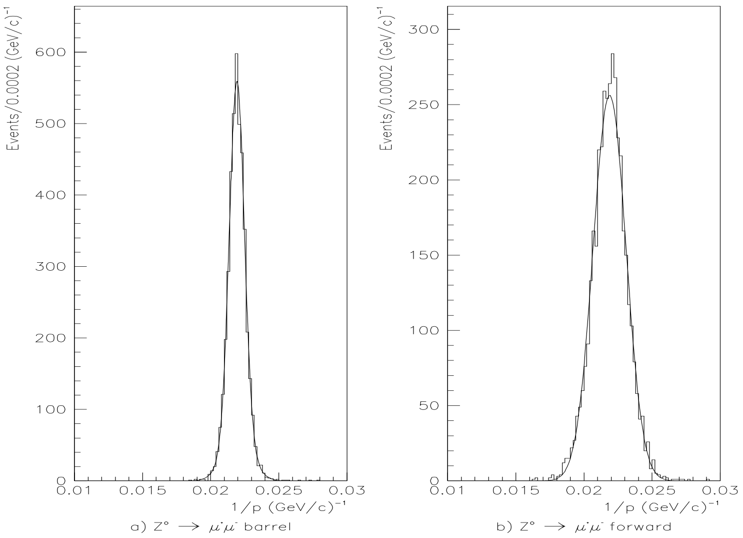


Figura 2.10: Distribuzione dei residui in Rϕ

2.6 High Density Projection Chamber

Il calorimetro elettromagnetico della regione Barrel, HPC [90], consiste di 144 moduli disposti in 6 anelli all'interno del campo magnetico. Ogni anello è formato da 24 moduli disposti con un raggio interno di 208 cm ed un raggio esterno di 260 cm. Ogni modulo è costituito da strati di fili di piombo opportunamente sagomati in modo da lasciare un volume di drift, vedi figura 2.12. I fili di piombo oltre a funzionare da convertitore, stabiliscono un campo elettrico di *drift* parallelo al campo magnetico di DELPHI. La carica generata dallo sciame viene trasportata alle camere proporzionali situate ad un estremo del modulo ottenendo quindi la misura tridimensionale della distribuzione di carica. La granularità ottenuta con questa tecnica è di $\sigma(z) = 0.13$ cm nell'anello più interno, 0.22 cm negli anelli mediani e 0.31 cm negli anelli esterni. Questo corrisponde ad una risoluzione di 0.6 mrad in θ e 3.1 mrad in ϕ per elettroni da 45 GeV. La precisione angolare per fotoni di alta energia vale 1.7 mrad in ϕ e 1.0 mrad in θ.

Lo spessore totale del convertitore è di 18 $X_0/\sin\theta$. La precisione relativa dell'energia misurata viene parametrizzata come:

$$\frac{\sigma(E)}{E} = 0.043 \oplus \frac{0.32}{\sqrt{E}}, \quad \text{E in GeV} \tag{2.3}$$

In figura 2.13 è riportata la distribuzione in energia depositata da un elettrone Bhabha in dati reali e simulazione.

Circa il 40 % dei fotoni convertono prima di raggiungere l'HPC. Circa il 7 % dei fotoni convertono prima della TPC creando una coppia e^+e^- che può essere ricostruita come un fotone con una precisione direzionale di 1.5 mrad in θ e ϕ e una precisione sul raggio di conversione di 5 mm. La ricostruzione di un π^0 avviene sia accoppiando fotoni

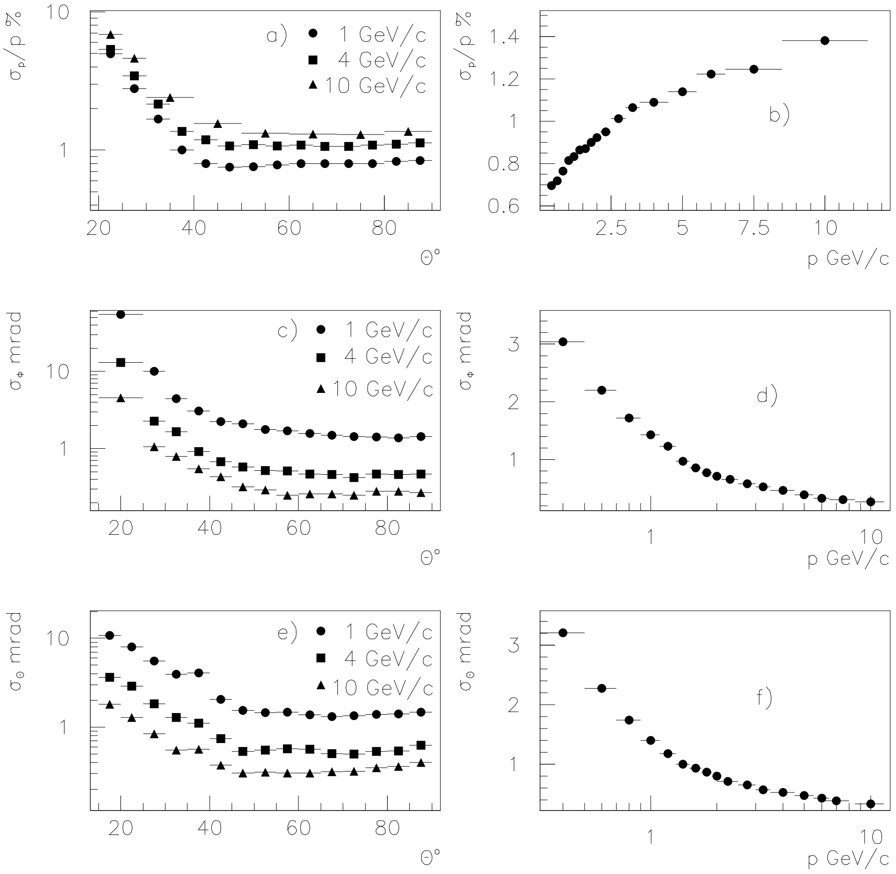


Figura 2.11: Precisione sui parametri di traccia. Precisione sull'impulso in funzione dell'angolo θ (a) e in funzione dell'impulso per tracce nel barrel (b), precisione nell'angolo azimutale in funzione di θ (c) e in funzione dell'impulso (d), precisione nell'angolo polare θ in funzione di θ (e) e in funzione dell'impulso (f)

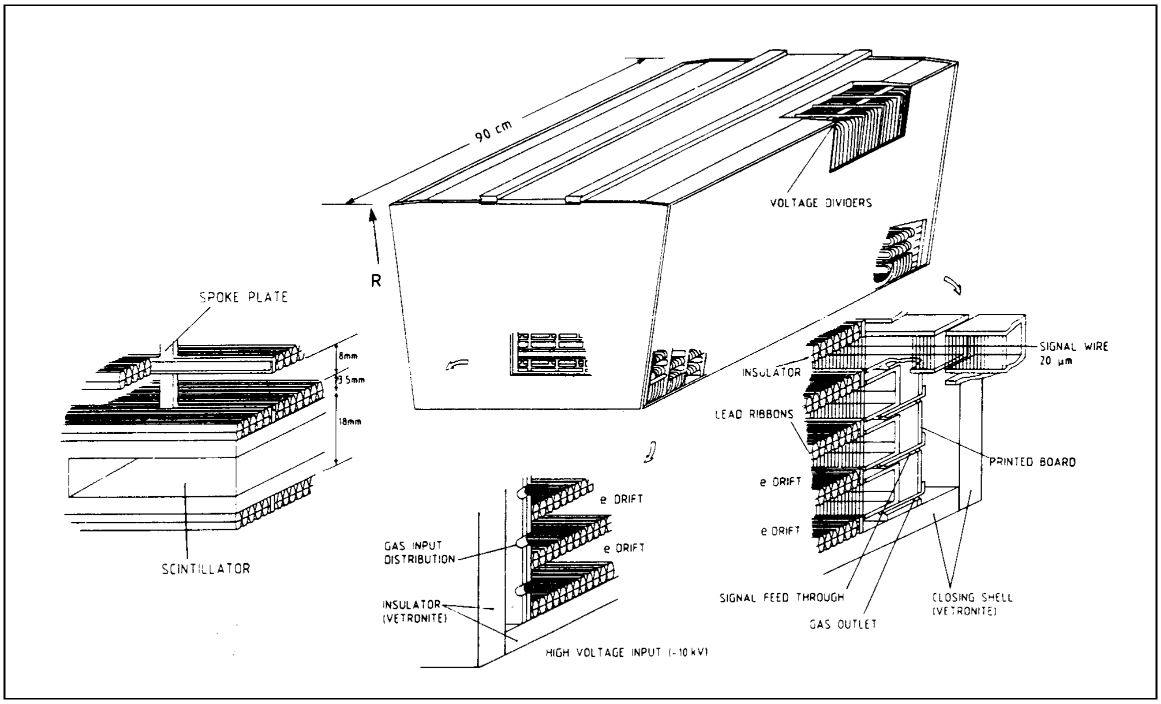


Figura 2.12: Dettaglio del convertitore di un modulo della High density Projection Chamber

(visti nei calorimetri o convertiti prima della TPC) o analizzando depositi di energia nei calorimetri che mostrano una struttura interna. In figura 2.14 sono riportati gli spettri di massa invariante di π^0ricostruiti con quattro metodi diversi.

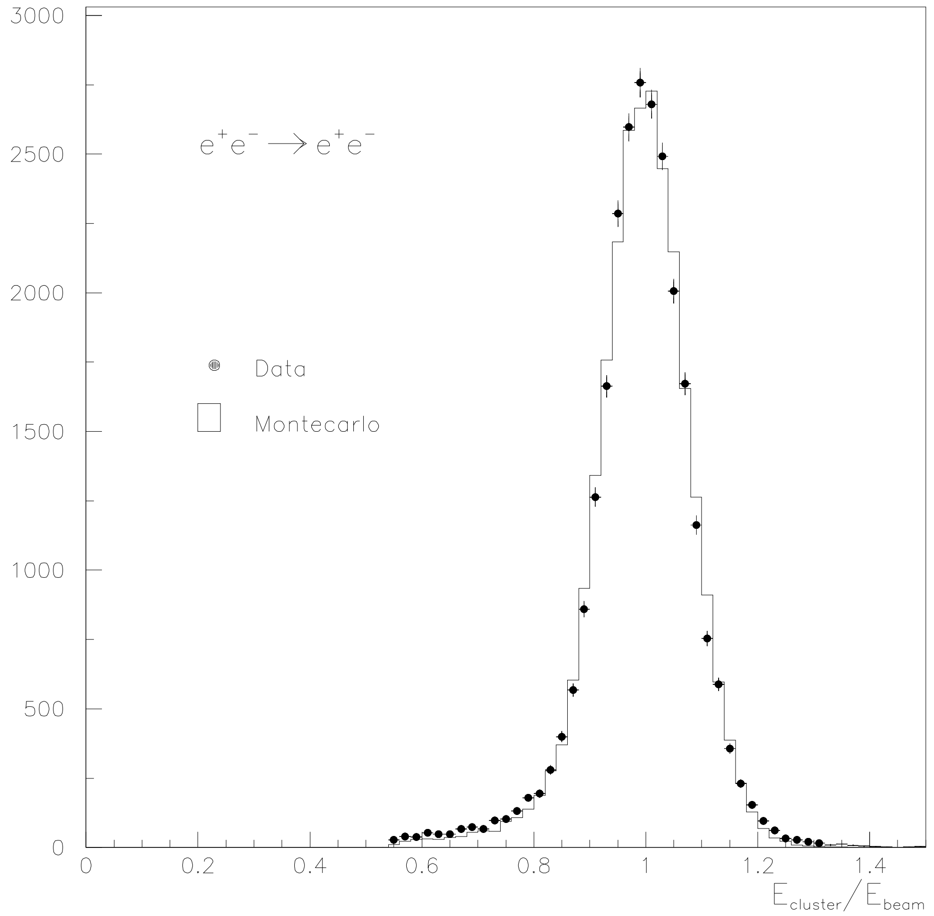


Figura 2.13: Distribuzione di energia depositata nell'HPC da elettroni Bhabha in dati reali e simulati

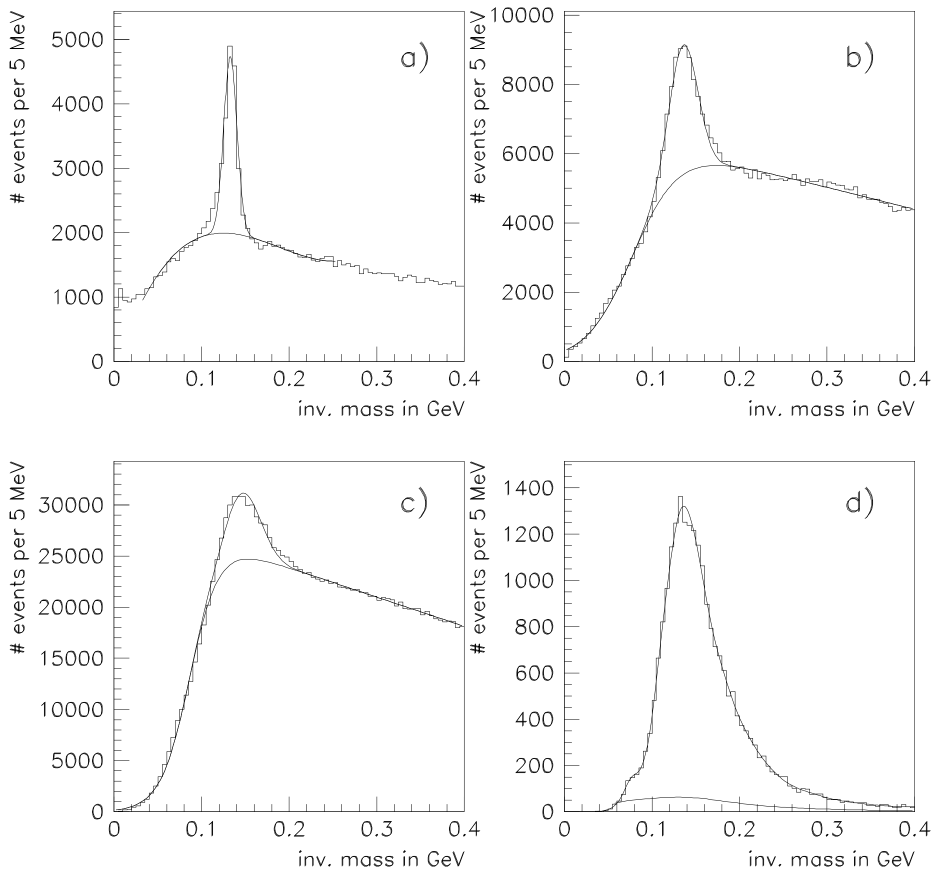


Figura 2.14: Spettri di massa invariante ricostruiti con quattro metodi diversi: (a) combinazione di due fotoni convertiti; (b) combinazione di un fotone convertito con un fotone nell'HPC; (c) combinazione di due fotoni nell'HPC nell'intervallo di energia tra 4 e 8 GeV; (d) massa calcolata da sciami nell'intervallo tra 10 e 25 GeV

2.7 Progetto di un nuovo rivelatore TGGC

Allo scopo di migliorare le prestazioni del trigger e del tracciamento a bassi valori dell'angolo polare l'esperimento DELPHI ha recentemente installato un rivelatore a silicio (*Very Forward Tracker*[91]) ed esteso la copertura angolare dell'Inner Detector. Nell'ambito di questo miglioramento nella regione Forward si è presa in considerazione l'ipotesi di aggiungere un piano di rivelazione ad alta efficienza, per avere maggiore ridondanza in questa regione angolare. I gruppi di Genova e del CERN dell'esperimento hanno sviluppato un progetto completo di rivelatore, realizzato alcuni prototipi ed effettuato misure su *test beam*.

Alcuni vincoli limitano la scelta del rivelatore. Deve essere compatibile con l'attuale struttura del trigger e consentire un veloce trattamento del segnale. Infine, poiché lo spazio a disposizione è estremamente limitato (spessore ≤ 1.5 cm) e la superficie da coprire piuttosto grande ($\approx 2.4\mathrm{m}^2$ per ogni *endcap*), si è scelto di basare il rivelatore su Thin Gap Gas Chamber.

La struttura della camera è costituita da due circuiti stampati multistrato. In questo modo, il requisito sull'attuale geometria del trigger viene soddisfatto incidendo una struttura di pads ad alta granularità su uno dei due piani catodici. L'altro piano catodico viene inciso con strips radiali o trasverse e fornisce un punto ulteriore per il tracciamento ad una distanza relativamente grande (z=± 167 cm) dal centro di interazione. Gli stessi requisiti sullo spazio e sul trigger vincolano anche il progetto dell'elettronica. Piú di 500 canali per camera vengono discriminati ed elaborati da processori programmabili su circuiti stampati posti direttamente sulle camere. Un collegamento con fibra ottica è inoltre previsto per portare l'informazione elaborata al sistema di acquisizione di DELPHI.

La tecnologia scelta (TGGC) è relativamente ben consolidata. Camere multifili sottili ad alto guadagno furono sviluppate per la prima volta nel 1983[92] e successivamente usate dall'esperimento OPAL al LEP come rivelatore su grande scala[93]. Data la velocità dei segnali ($\leq$ 20 ns)[94], lo stesso tipo di camera è anche proposta per il trigger di muoni di primo livello dell'esperimento ATLAS a LHC[95]. La camera lavora in condizioni di amplificazione quasi saturata, i segnali sono relativamente grandi ($\sim$ 1 pC) e possono essere discriminati senza pre-amplificazione.

2.7.1 Thin Gap Gas Chamber

La sezione della *Thin Gap Gas Chamber* è mostrata in figura 2.15. Un piano di fili da 50 μm di diametro con una spaziatura di 2 mm è posizionato tra due piani catodici distanti 3.2 mm. La superficie interna dei piani catodici è costituita da uno strato di vetronite FR4 da 200 μm ricoperta di grafite. Il segnale indotto sui catodi resistivi è raccolto, per accoppiamento capacitivo, dalle sottostanti *pads* o *strips* di rame. Negli strati più esterni del PCB vi sono le linee di trasmissione tra *pads* o *strips* e l'elettronica. Lo spessore totale della camera è 7.4 mm. La soluzione adottata per la struttura della camera ha il vantaggio di poter essere realizzata con le tecniche industriali standard di produzione dei PCB. Il gas utilizzato è una miscela di $\mathrm{CO_2}$:n-pentano in proporzioni 55:45. Con una tensione tipica tra 3.5 e 3.7 kV la camera funziona in modo quasi saturato con un'amplificazione dell'ordine di 10^7.

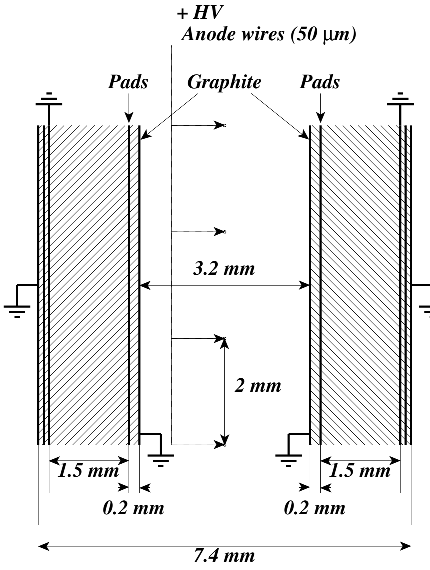


Figura 2.15: Sezione della camera TGGC

2.7.2 Considerazioni di progetto

L'attuale trigger della regione in avanti di DELPHI è basato sull'informazione dei fili della TPC e delle due camere A e B (FCA e FCB). La copertura angolare della TPC comincia a circa $17°$ mentre per angoli minori il trigger si basa sulle sole FCA e FCB. Il rivelatore, proposto per migliorare le prestazioni di trigger e tracking, copre la regione angolare tra $10°$ e $30°$ ed è progettato per essere inserito tra l'attuale Forward Chamber A e il Forward RICH.

Due piani da 6 camere trapezoidali possono essere montati nello spazio (≈ 1.5 cm) tra FCA e FRICH. I due piani vengono sfalsati in ϕ in modo da aumentare l'accettanza geometrica.

Siccome il rivelatore proposto deve essere compatibile con l'attuale struttura del trigger, ogni piano di camere deve fornire tre coordinate. Questo requisito è soddisfatto utilizzando un solo piano catodico incidendo il piano in *pads* triangolari come in figura 2.16 e combinando opportunamente le righe di pads. Ad angoli polari inferiori a $\approx 17°$ le pads piccole hanno una superficie di 5.68 cm^2 mentre al di sopra di questo angolo, data la ridondanza con la TPC, la granularità può essere ridotta utilizzando pads più grandi (22.7 cm^2).

Solo uno dei due piani catodici della TGGC è inciso con pads triangolari. L'altro piano catodico raccoglie invece il segnale con delle *strips* che, disposte radialmente o trasversalmente, possono dare informazione sull'angolo θ o ϕ della traccia. Il passo tra le strips è $\delta\phi = 0.22°$ o $\delta\theta = 0.1°$. In questo modo viene fornito, con alta efficienza, un ulteriore punto utile per il tracciamento e in particolare per risolvere l'ambiguità destra-sinistra delle camere a *drift*.

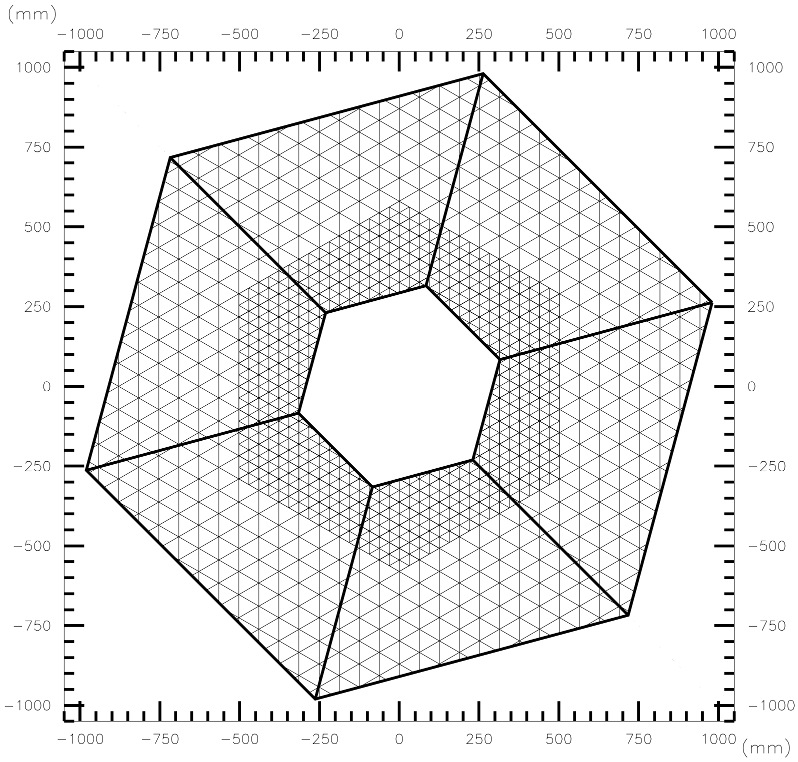


Figura 2.16: Un piano di sei camere TGGC con in evidenza la struttura dei pads

2.7.3 Elettronica

L'elettronica per strips e pads è posizionata in due PCB multistrato indipendenti collegati alla parte superiore della camera. I canali relativi a 273 pads e 266 strips sono discriminati e processati per produrre l'informazione di trigger da trasmettere tramite il collegamento ottico. Lo schema funzionale è visibile in figura 2.17.

I discriminatori utilizzati hanno un'isteresi interna di 5 mV per sopprimere autooscillazioni o commutazioni spurie e un consumo molto limitato (3.5 mW per canale) in modo da limitare la dissipazione di calore. Tramite un DAC programmabile, si possono selezionare, in modo remoto, diverse soglie per pads e strips.

I segnali discriminati dai pads sono processati da circuiti programmabili per calcolare le coordinate (x,u,v) che sono immediatamente inviate al processore di trigger di primo livello. La scelta di un collegamento ottico tra il rivelatore e la sala di controllo è dettata principalmente dallo spazio estremamente limitato ma ha l'ulteriore vantaggio di non aggiungere materiale all'interno del rivelatore e di essere immune da interferenze elettromagnetiche. Con una frequenza di clock del processore programmabile a 20 MHz, l'informazione di trigger è inviata in 250 ns. In caso di trigger di primo livello positivo l'informazione completa per pads e strips è inviata in 2.5 μs.

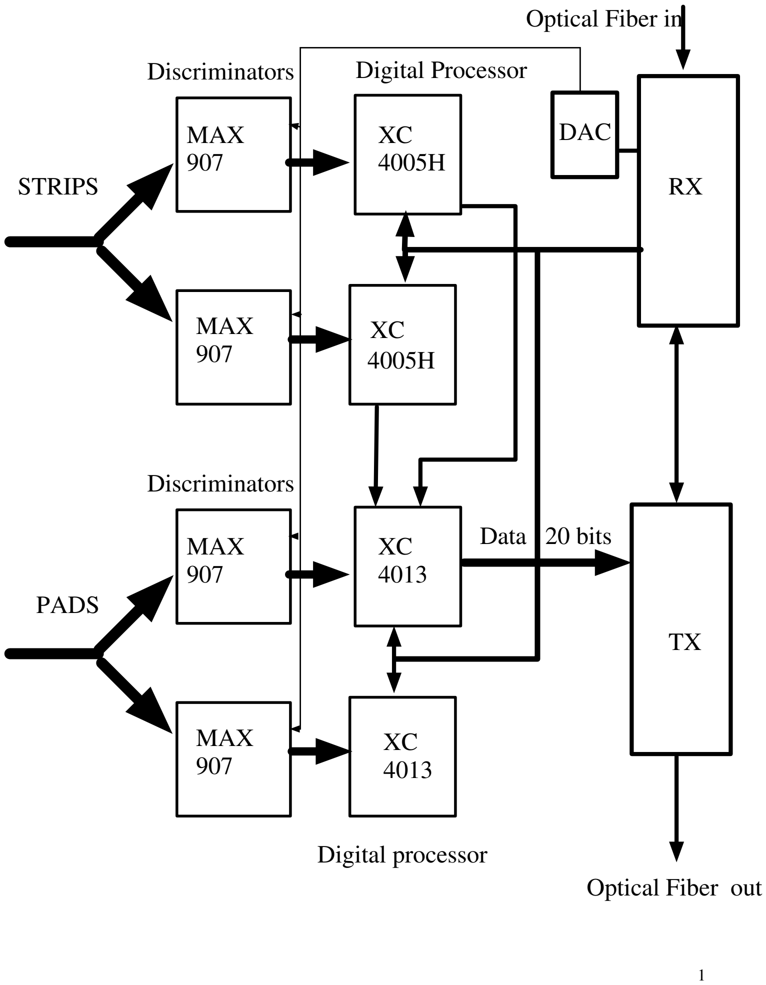


Figura 2.17: Schema funzionale dell'elettronica per il rivelatore a TGGC proposto

2.7.4 Tests

Due camere complete sono state provate su un fascio di pion da 20 GeV/c al SPS del CERN. La carica media raccolta in funzione della tensione anodica è stata misurata per i diversi catodi come mostrato in figura 2.18. Il piedistallo è una gaussiana con una deviazione standard corrispondente a 0.08 pC. La camera sembra pertanto ben schermata da interferenze elettromagnetiche esterne.

L'efficienza è valutata considerando eventi con un segnale 2.5 σ sopra il piedistallo. La separazione, mostrata in figura 2.18, si definisce come la distanza tra il piedistallo e il picco di segnale.

L'effetto della composizione del gas sul segnale è stato studiato in funzione della tensione anodica. In tabella 2.5 sono riassunte alcune delle miscele di gas utilizzate. La miscela (c) è quella usualmente utilizzata per la TGGC mentre le altre due hanno concentrazioni inferiori di n-pentano. Come è mostrato in figura 2.19 utilizzando le miscele con minore concentrazione in n-pentano si ottengono segnali più grandi e il plateau di efficienza si sposta verso valori più bassi della tensione anodica.

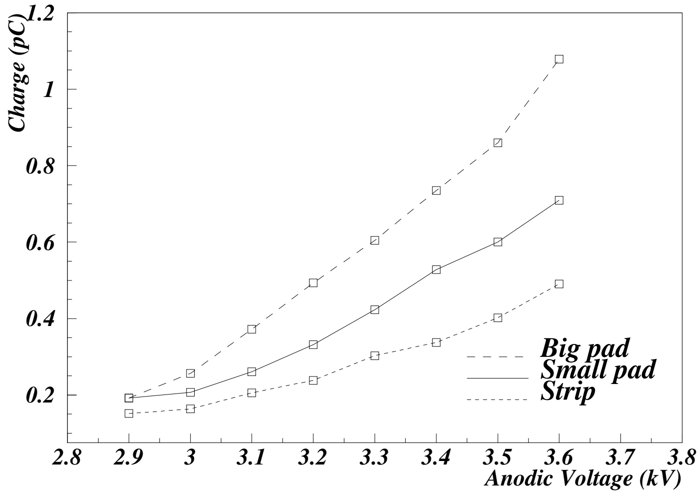


Figura 2.18: Misura della carica raccolta per i tre tipi di catodi. Il rumore è stato misurato $\approx$ 0.08 pC.

Tabella 2.5: Miscele di gas CO_2 + n-pentano utilizzate nei tests

Miscela gas	rapporto CO_2 n-pentano
a	68:32
b	61:39
c	48:52

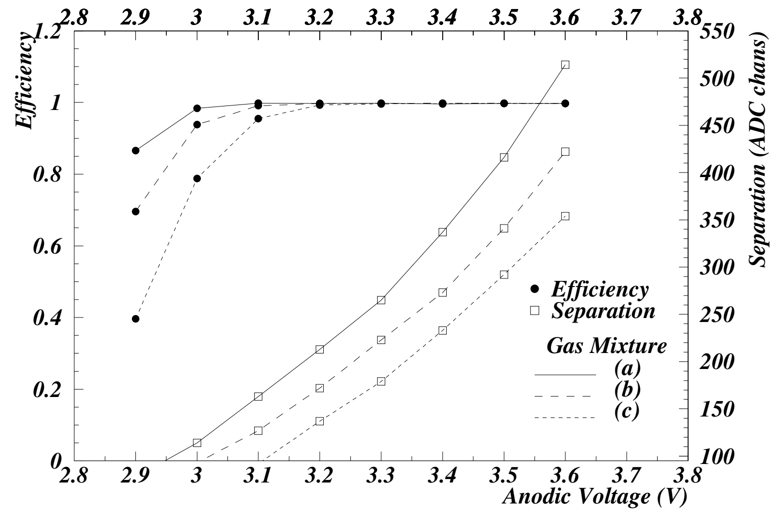


Figura 2.19: Efficienza e separazione per *big pad* con diverse miscele di gas

Capitolo 3

Il rivelatore Ring Image CHerenkov

3.1 Il RICH

3.1.1 Proprietà dell'effetto Cherenkov

Quando una particella carica attraversa un mezzo con una velocità superiore alla velocità di fase della luce in quel mezzo si ha emissione di fotoni ad un angolo ben definito rispetto alla direzione del moto della particella[96]. Il fenomeno, denominato radiazione Cherenkov[97], può essere descritto[1] come il risultato di un'interferenza costruttiva di onde sferiche emesse dall'oggetto emettitore e che viaggia in linea retta in un mezzo m con una velocità v_e maggiore della velocità di propagazione dell'onda v_m nel mezzo. L'angolo di emissione θ dell'onda d'urto rispetto alla traiettoria può essere ottenuto dal principio di Huygens come:

$$\theta = arcos\frac{v_m}{v_e} \tag{3.1}$$

Per una particella carica che viaggia con velocità βc in un mezzo dielettrico trasparente di indice di rifrazione n possiamo quindi scrivere:

$$\cos\theta = \frac{v_m}{v_e} = \frac{\mathrm{c/n}}{\beta\mathrm{c}} = \frac{1}{\beta\mathrm{n}} \tag{3.2}$$

Come conseguenza di questa relazione si ha che per un dato indice di rifrazione n esiste una soglia β_{min}=1/n al di sotto della quale non c'e' emissione di radiazione. Il fattore di Lorentz $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$ in soglia vale:

$$\gamma_s = \frac{n}{\sqrt{n^2-1}} \tag{3.3}$$

mentre per β = 1 l'angolo θ tende al valore massimo θ_{max} = arcos(1/n).

Lo spettro in frequenza della radiazione Cherenkov si estende nel visibile e UV per $n > 1$. Non si invece emissione Cherenkov per lunghezze d'onda corrispondenti a raggi X poiché $n < 1$.

[1]Una trattazione dettagliata si trova in [98] e [99].

3.1.2 Intensità della radiazione

Il numero di fotoni emesso nell'intervallo di lunghezza d'onda dλ per un elemento di lunghezza dL vale:

$$\frac{d^2 N_{ph}}{dL\, d\lambda} = 2\,\pi\,\alpha\,Z^2\,\frac{\sin^2\theta}{\lambda^2} \tag{3.4}$$

dove

α	= costante di struttura fine
$Z\,e$	= carica della particella
λ	= lunghezza d'onda della radiazione
$\cos\theta$	= 1/βn

Il numero di fotoni N_{ph} è proporzionale a Z^2, proprietà utilizzata in fisica nucleare per l'identificazione dei nuclei. Per Z=1, in un mezzo solido, l'energia irradiata tra 200 e 600 nm per una particella con β =1 vale circa 1 keV/cm, quindi circa 1 $\%$ dell'energia perduta per ionizzazione.

È utile esprimere il numero di fotoni emessi per intervallo di energia E in quanto, per θ fissato, questa quantità è costante:

$$\frac{d^2 N_{ph}}{dL\, dE} = 370\,Z^2\,\sin^2\theta \tag{3.5}$$

3.1.3 Risoluzione e potere separatore del RICH

Nel *Ring Imaging CHerenkov Detector*, la radiazione Cherenkov è focalizzata direttamente o per mezzo di specchi su un fotorivelatore dove viene utilizzata per l'identificazione di particella[100].

Il numero totale di fotoni rivelati è proporzionale all'accettanza $\Delta E = E_2 - E_1$ del fotorivelatore:

$$N = N_0 L \sin^2\theta \tag{3.6}$$

$$N_0 = \frac{2\pi\alpha}{h\,c}\int_{E_1}^{E_2} \varepsilon_Q(E)\prod_i\left[\varepsilon_i(E)\right]\,dE \tag{3.7}$$

Dove N_0 si chiama fattore di merito del rivelatore, $\varepsilon_Q(E)$ è l'efficienza quantica del fotorivelatore, $\varepsilon_i(E)$ sono le efficienze di trasmissione dei fotoni nel mezzo (riflettività degli specchi, trasmissione del mezzo, etc). Per lo stesso valore dell'impulso, il potere separatore tra particelle di diversa massa è molto grande vicino alla soglia e tende a diminuire per $\gamma \to \infty$. Poichè $\beta = 1/n\cos\theta$:

$$\frac{\mathrm{d}\beta}{\beta} = \tan\theta\mathrm{d}\theta \tag{3.8}$$

per ogni fotone rivelato:

$$\left(\frac{\Delta\beta}{\beta}\right)_1 = \sqrt{\frac{N}{N_0\,L}}\beta n\Delta\theta_1 \tag{3.9}$$

e per N grande:

$$\left(\frac{\Delta\beta}{\beta}\right)_N = \frac{\beta n}{\sqrt{N_0\,L}}\Delta\theta_1 \tag{3.10}$$

Tramite questa relazione è possibile ricavare il valore di impulso massimo per evitare che la particella di massa m_1 sia identificata come una particella di massa m_2. Infatti, date due particelle di massa m_1 e m_2 e di impulso p,

$$\left(\frac{\Delta\beta}{\beta}\right)_{m_1,m_2} = \frac{m_2^2 - m_1^1}{2\,p^2} \tag{3.11}$$

Quindi

$$\left(\frac{m_2^2 - m_1^2}{2\,p^2}\right) = \frac{\beta n}{\sqrt{N_0 L}}\Delta\theta_1 \tag{3.12}$$

Se n_σ è il numero di deviazioni standard teorico per evitare la misidentificazione il valore limite dell'impulso è:

$$p^2_{m_1,m_2} = \frac{m_2^2 - m_1^2}{2\beta n\ n_\sigma}\frac{\sqrt{N_0\,L}}{\Delta\theta_1} \tag{3.13}$$

3.1.4 Errori di misura nel RICH

Considerando un radiatore gassoso con ottica focalizzante a specchi sferici o parabolici i principali errori di misura sono:

- Errore cromatico
- Aberrazioni ottiche
- Granularità del fotorivelatore
- Effetto del campo magnetico e diffusione multipla

Errore cromatico

La dispersione cromatica Δn produce un'indeterminazione sull'angolo Cherenkov ricostruito per un fotone,

$$\Delta\theta_{ch} = \frac{\Delta n}{n\tan\theta} \tag{3.14}$$

Se i fotoelettroni sono distribuiti uniformemente nell'intervallo ΔE l'errore cromatico vale:

$$\frac{\sigma_{ch}}{\theta} = \frac{1}{2(n-1)}\frac{\Delta E}{\sqrt{12}}\frac{dn}{dE} \tag{3.15}$$

Aberrazione ottica

È noto che un sistema ottico composto di specchi sferici è affetto da aberrazione ottica quindi, anche nel caso di uno specchio sferico ideale, raggi paralleli che passano a diverse distanze dal centro di curvatura vengono focalizzati in punti diversi. Tuttavia, se il parametro d'impatto x=δ/R_M è piccolo (δ=distanza tra la traiettoria della particella e il centro dello specchio, R_M = raggio dello specchio) è possibile considerare uno sviluppo in serie della perdita di risoluzione legato a questo fenomeno.

$$\left(\frac{\Delta\theta}{\theta}\right)_{opt} = (n-1)\sqrt{3} \oplus \frac{4.2(n-1)}{7}x \oplus x^2 \oplus \ldots \tag{3.16}$$

È possibile ottimizzare le prestazioni del sistema attraverso un opportuno posizionamento e allineamento dei fotorivelatori. Tuttavia per valori molto grandi del parametro d'impatto sarà opportuno ricorrere a specchi parabolici.

Granularità del fotorivelatore

In generale è opportuno fare in modo che l'errore geometrico legato alla granularità del fotorivelatore σ_{geom} sia inferiore all'errore cromatico σ_{ch}. Sia s la dimensione della cella e f la focale dello specchio:

$$\sigma_{geom} = \frac{s}{f\sqrt{12}} < \sigma_{ch} \tag{3.17}$$

L'errore geometrico influisce sulla qualità dell'immagine e contribuisce all'errore di ricostruzione dell'angolo Cherenkov.

Effetto del campo magnetico e diffusione multipla

Quando il radiatore è immerso in un campo magnetico la particella è deviata e la sua immagine distorta. La deviazione $\Delta\theta_{mag}$ per una particella di impulso p che attraversi un radiatore di lunghezza L in un campo magnetico di componente B_T trasversa alla traiettoria vale:

$$\Delta\theta_{mag} = 0.3B_T\frac{L}{p} \tag{3.18}$$

La diffusione multipla ha un effetto generalmente trascurabile:

$$\sigma_{dm} = \frac{1}{L}\int_0^L \frac{0.15}{p}\sqrt{\frac{Z}{X_0}}dZ = \frac{0.10}{p}\sqrt{\frac{L}{X_0}} \tag{3.19}$$

dove X_0 è la lunghezza di radiazione del radiatore.

3.1.5 Descrizione del RICH di DELPHI

Il rivelatore RICH[101] di DELPHI utilizza due radiatori, uno gassoso ed uno liquido, per coprire diverse regioni di impulso (figura 3.1).

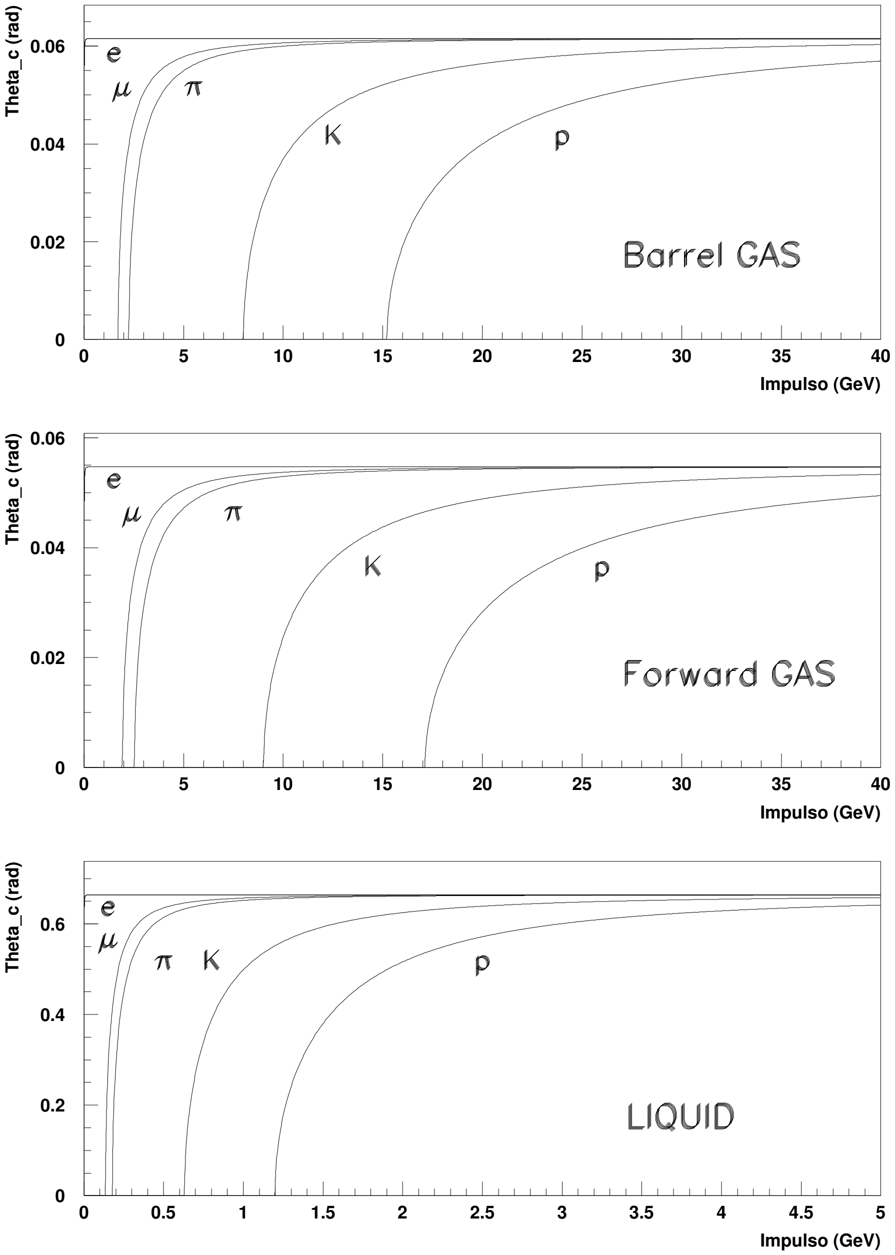


Figura 3.1: Angolo di Cherenkov in funzione dell'impulso per i radiatori gassosi C_5F_{12} (a), C_4F_{10} (b) e per il radiatore liquido C_6F_{14} (c)

I fotoni prodotti nei radiatori vengono rivelati in una Time Projection Chamber (TPC) contenente del TMAE (Tetrakis Dimethil Amino Ethilene) che, per effetto fotoelettrico, converte i fotoni in elettroni (vedi sezione 3.1.7). Con riferimento alle figure 3.2 e 3.3, la particella carica incontra dapprima il radiatore liquido generando un cono Cherenkov che agisce direttamente sul fotorivelatore. Successivamente, la particella attraversa il fotorivelatore stesso, rilasciando un segnale di ionizzazione diretta e attraversa infine il radiatore gassoso dove l'eventuale radiazione Cherenkov emessa viene focalizzata sul fotorivelatore tramite uno specchio sferico.

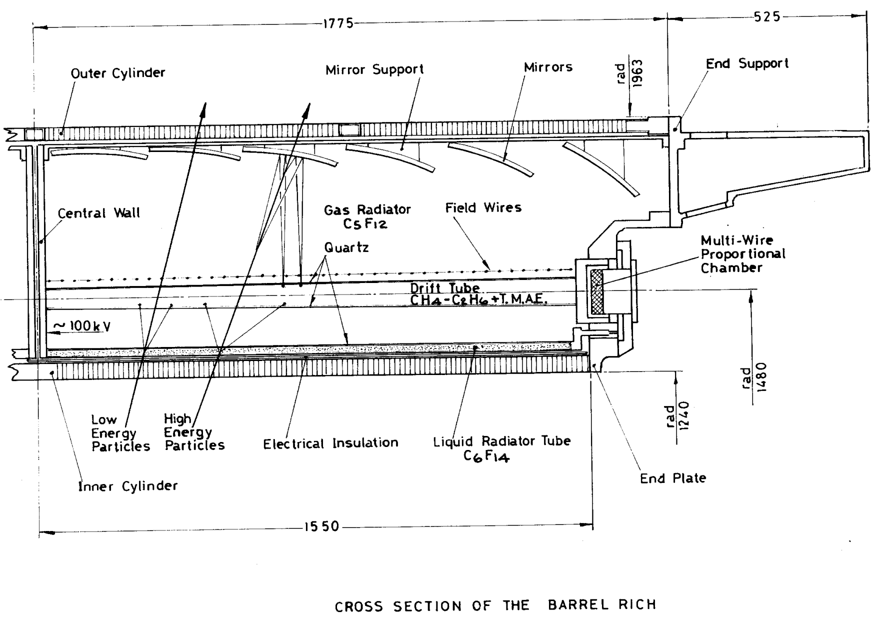


Figura 3.2: Sezione di un quarto del rivelatore BRICH

Il rivelatore RICH di DELPHI è costituito da una parte *Barrel* (BRICH)[102] tra $43° \leq \theta \leq 137°$ ed una *Forward* (FRICH)[104] tra $15° \leq \theta \leq 35°$ e $145° \leq \theta \leq 165°$. Il BRICH è posto dopo la TPC e prima dell'OD, è lungo 3.5 m ed è diviso in due metà speculari, divise da un supporto centrale. Ogni metà è equipaggiata con 6 gruppi di specchi a diverso angolo polare θ ed è divisa in 12 settori azimutali identici. Il fotorivelatore è costituito da coppie di tubi a drift aventi un estremità corrispondente alla parete centrale che divide le due metà del BRICH e l'altra estremità equipaggiata con una camera a fili proporzionale (MWPC). Il FRICH ha la forma di tronco di cono, racchiuso tra la FCA e la FCB, ad una coordinata z tra 172 cm e 266 cm. Diviso in azimuth in 12 settori circolari di $30°$ ha il raggio interno di 45 cm e i due raggi esterni di 125 cm e 180 cm. Ogni settore è equipaggiato con tre radiatori liquidi e cinque specchi sferici. Il fotorivelatore è una TPC fotosensibile di forma trapezoidale posta perpendicolarmente all'asse z.

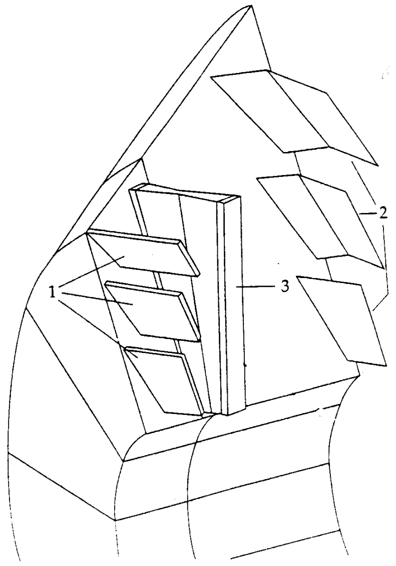


Figura 3.3: Sezione di un quarto del rivelatore FRICH. Sono indicati il radiatore liquido (1), gli specchi (2) e il fotorivelatore (3)

3.1.6 I radiatori

I radiatori utilizzati nel BRICH e nel FRICH sono perfluorocarburi[105]. Nella tabella 3.1 ne sono riportate alcune proprietà fisiche.

Il radiatore liquido è C_6F_{14} racchiuso in contenitori aventi la finestra d'uscita in quarzo, per assicurare la trasparenza ai fotoni UV Cherenkov.

Il radiatore gassoso è diverso per il BRICH e il FRICH. Il BRICH utilizza C_5F_{12} mentre il FRICH C_4F_{10}. Il C_5F_{12} possiede il vantaggio di avere un indice di rifrazione maggiore, che meglio si raccorda con quello del liquido, nella copertura della regione di basso impulso. Tuttavia, poiché ha una temperatura di ebollizione di 28 °C il BRICH deve essere mantenuto ad una temperatura costante di 40 °C e questo comporta alcune complicazioni tecniche. Il C_4F_{10}, oltre a non rendere necessario il riscaldamento ha il vantaggio di avere una migliore trasparenza (figura 3.4). Lo spettro di energia dei fotoni per C_4F_{10} e (C_6F_{14}) è riportato in figura 3.5 e 3.6.

3.1.7 Il fotorivelatore

Nella Time Projection Chamber i fotoni UV della radiazione Cherenkov vengono convertiti in elettroni dal TMAE (Tetrakis Dimethil Amino Ethilene), un agente fotosensibile scelto principalmente per la bassa soglia di ionizzazione (5.4 eV). Questa soglia è considerevolmente al di sotto del limite di trasmissione del quarzo fuso (7.6 eV), che può quindi essere adottato per le finestre del fotorivelatore. Il quarzo fuso è infatti un materiale sufficientemente economico e puó essere utilizzato su grandi superfici

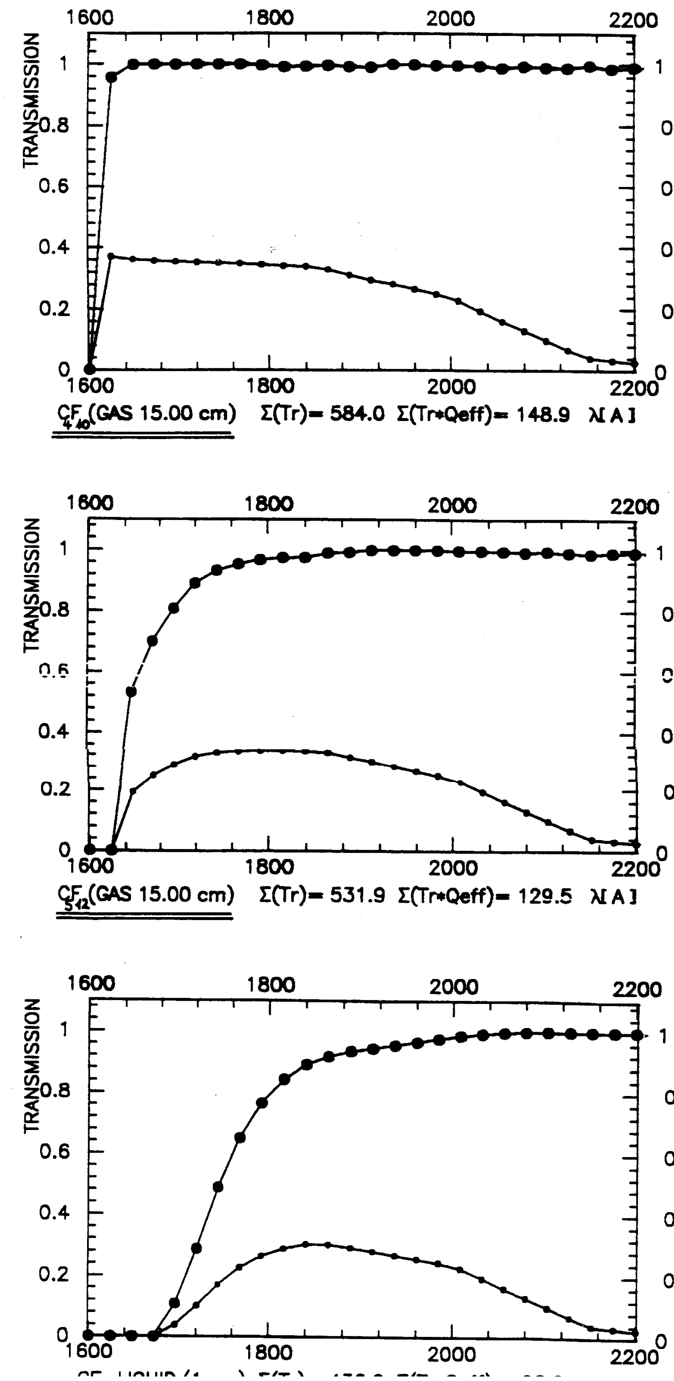


Figura 3.4: Misure di trasparenza dei radiatori (curva in alto) e convoluzione con l'efficienza quantica

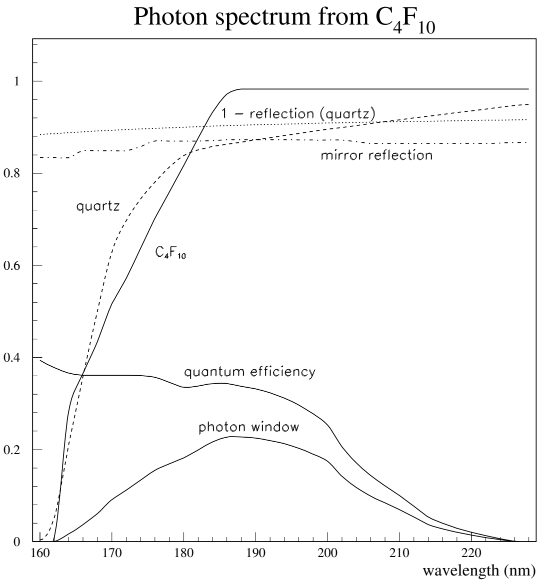


Figura 3.5: Spettro energetico dei fotoni (*photon window*) come risultante della trasparenza del radiatore, della finestra di quarzo e della efficienza quantica per il radiatore gassoso C_4F_{10}

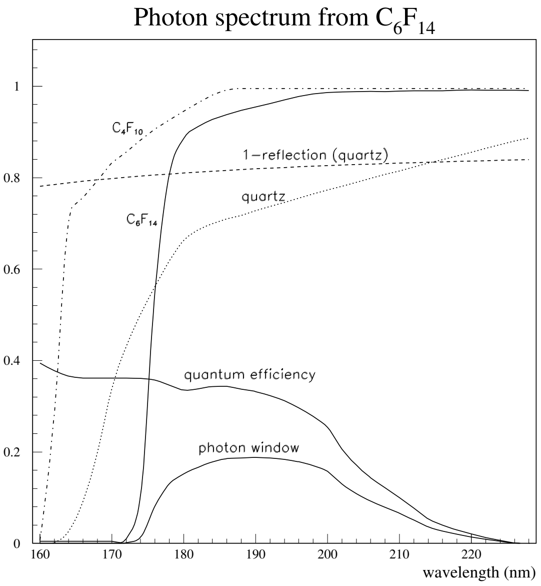


Figura 3.6: Spettro energetico dei fotoni (*photon window*) come risultante della trasparenza del radiatore, della finestra di quarzo e della efficienza quantica per il radiatore liquido C_6F_{14}

	C_4F_{10}	C_5F_{12}	C_6F_{14}
molecular weight	238 gr / mol	288 gr /mol	338 gr /mol
refractive index ($E = 7$ eV)	1.00153	1.00172	1.2827
boiling point	$-1.7°$	$28°$	$57°$
liquid density at boiling point	1.594 gr /cm ^{3}	1.630 gr /cm ^{3}	1.682 gr /cm ^{3}
gas density	0.01195 gr /cm ^{3} (1.08 bar)	0.0125 gr /cm ^{3} (1.00 bar)	
dn/dE $(6.5 - 7.5)$ eV $^{-1}$	53×10^{-6}	51×10^{-6}	9300×10^{-6}
γ threshold	18.1	17.1	1.60
E threshold for electrons	9.2 MeV	8.7 MeV	0.8 MeV
E threshold for protons	17.0 GeV	16.0 GeV	1.5 GeV
θ_c maximum	55.2 mrad	58.6 mrad	676.8 mrad

Tabella 3.1: Proprietà dei radiatori Cherenkov del RICH di DELPHI.

($\approx 50m^2$). Inoltre, nell'intervallo di energia determinato (da 5.4 a 7.6 eV), i radiatori liquido e gassosi scelti sono sufficientemente trasparenti.

Lo svantaggio principale del TMAE consiste nella sua forte reattività chimica. A contatto con l'aria il TMAE ossida violentemente e quindi particolari precauzioni sono necessarie nell'uso, in particolare nelle fasi di purificazione (distillazione e lavaggio con acqua distillata)[2].

I fotoelettroni prodotti dalla radiazione Cherenkov diffondono verso le camere proporzionali dove producono segnale su anodi e catodi. Insieme alla misura del tempo di drift si ottiene pertanto una ricostruzione tridimensionale del punto di conversione del fotone.

Il TMAE è saturato (T= 28°C nel Barrel, 25°C nel Forward) nel gas di drift che è una miscela di metano ed etano nel BRICH (75 $\%$ CH_4,25 $\%$ C_2H_6) e puro etano nel FRICH. Nel caso del fotorivelatore del FRICH la direzione del campo elettrico non è parallela a quella del campo magnetico. I fotoelettroni si spostano quindi secondo una direzione che forma un angolo di circa $50°$ con la direzione del campo di *drift*. Questo fatto crea delle zone d'ombra dalle quali non è possibile il trasporto dei fotoelettroni alle MWPC. Non influisce invece sulla rivelazione di fotoni provenienti dal radiatore gassoso in quanto questi possono essere focalizzati dagli specchi lontano dalle zone inattive. Il gas di drift va scelto in modo che l'angolo di Lorentz sia il minore possibile e allo stesso tempo deve avere una bassa diffusione e consentire un'elevata velocità di trasporto.

Le MWPC amplificano i fotoelettroni di un fattore $\approx 10^5$. Durante il processo vengono prodotti fotoni che a loro volta potrebbero convertire e produrre ulteriori valanghe. Opportuni schermi mostrati in figura 3.7 limitano questo fenomeno indesiderato.

[2] Altri vapori organici sono stati considerati come fotorivelatori. Il primo gas fotosensibile utilizzato in una MWPC fu il Benzene, (C_6H_6), con un'ottima efficienza quantica (tra il 40% e il 50 % oltre 10 eV) ma con una soglia energetica elevata (9.25 eV) che rendeva necessario l'utilizzo di costose finestre in MgF_2 (trasparente sotto 10.8 eV) o LiF (trasparente sotto 11.8 eV). Un altro vapore fotoionizzante considerato, il TEA (Tri Ethil Amine), ha una soglia di 7.5 eV, inferiore a quella del Benzene ma ancora troppo elevata per il suo utilizzo con quarzo fuso.

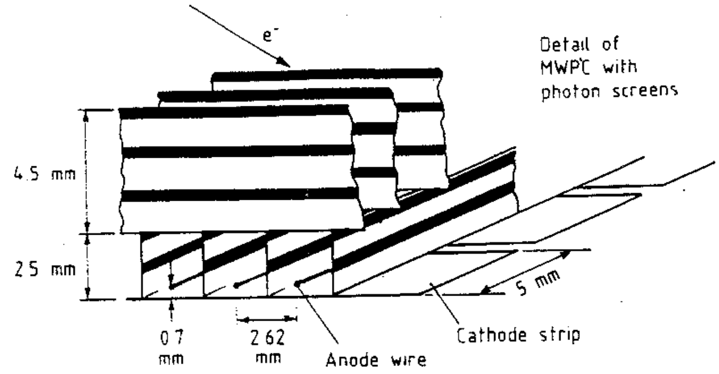


Figura 3.7: Schermi nella MWPC del Forward RICH

3.1.8 Elettronica

Nel BRICH, 128 fili anodici e 128 strips catodiche sono collegate ai preamplificatori essenzialmente basati sul chip LeCroy TRA403. Il tempo di salita è 6 ns e il guadagno 0.1 V/μA. Il sistema di acquisizione utilizza unità FASTBUS di discriminazione e LTD (Lep Time Digitizer). La risoluzione temporale è di 8 ns, soglie e tempi morti sono regolabili in modo remoto mediante un sistema di controllo basato sul processore G64.

Nel FRICH il preamplificatore installato in origine [106] era affetto da un eccessivo tempo morto ($\approx$ 1.5 μs) dopo l'acquisizione di un grande segnale di ionizzazione diretta della traccia. Per questa ragione si è progettato un nuovo preamplificatore di tipo logaritmico che, oltre ad ovviare a questo problema, ha una migliore linearità e un miglior rapporto segnale rumore [107]. Dal 1994 il FRICH ha questo tipo di elettronica installata su tutti i moduli. In figura 3.8 è mostrata l'efficienza di rivelazione di un impulso tipico di singolo fotoelettrone ($\approx$ 3 fC) dopo un segnale simile a quello rilasciato da una traccia ionizzante ($\approx$ 1000 fC) in funzione dell'intervallo di tempo tra i due impulsi. Si osserva che il tempo morto dopo il primo impulso è di circa 550 ns ed è inoltre quasi indipendente dalla soglia del discriminatore.

3.1.9 Allineamento e Calibrazione

Per ricostruire correttamente la posizione dei fotoni Cherenkov convertiti le diverse componenti del rivelatore devono essere precisamente allineate così come la posizione del rivelatore rispetto al resto di DELPHI. Questa procedura viene ripetuta ogni volta che, per ragioni di manutenzione o riparazione di uno dei rivelatori di DELPHI, vengono spostati gli endcaps. L'allineamento si effettua utilizzando muoni con impulso di 45.6 GeV/c da $\mathrm{e}^+\mathrm{e}^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ e correggendo via software la posizione di specchi, rivelatori di fotoni, MWPC e contenitori del radiatore liquido.

Il sistema di calibrazione è composto da fibre di quarzo che trasportano la luce prodotta da lampade UV in punti opportuni e precisamente noti del fotorivelatore. Si determinano in questo modo le posizioni relative delle MWPC, la velocità di drift v_d e , nel caso del FRICH, l'angolo di Lorentz θ_L (figura 3.9).

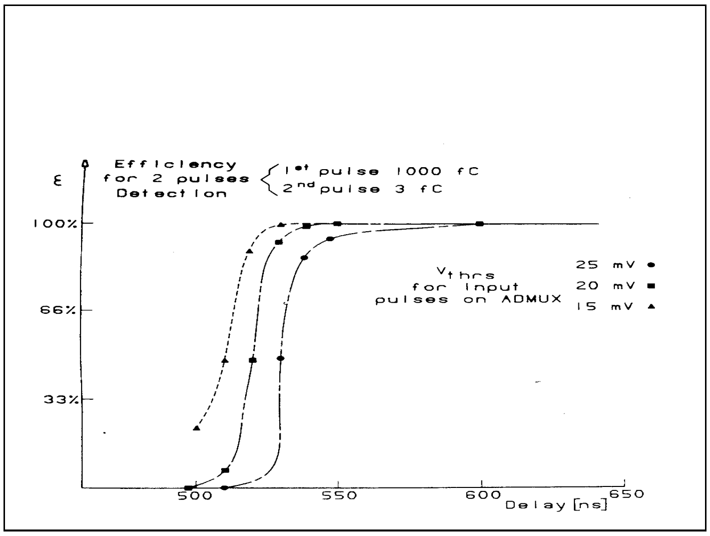


Figura 3.8: Efficienza di rivelazione di un impulso di ≈ 3 fC dopo un segnale di ≈ 1000 fC per il preamplificatore logaritmico del Forward RICH.

3.2 Identificazione di adroni

L'esperimento DELPHI ha scelto il rivelatore Ring Imaginging CHerenkov (RICH) come il principale componente del sistema per l'identificazione di adroni. Sia l'angolo di emissione dei singoli fotoni che il numero totale di fotoni[3] rivelati forniscono un'informazione sulla massa della particella carica.

Come già osservato nel capitolo precedente, l'intervallo di impulso totale è diviso in regioni che dipendono dall'indice di rifrazione dei due radiatori.

Per il *Barrel* RICH si usa il radiatore liquido per separare π, K e p fino a $\approx$ 4.5 GeV/c e per K, p fino a $\approx$ 6 GeV/c. Il radiatore gassoso serve inoltre per l'identificazione in veto sotto la soglia per il K. Per impulsi maggiori di $\approx$ 8 GeV/c esso fornisce separazione π, K e p fino a $\approx$ 20 GeV/c e separazione K, π fino a $\approx$ 25 GeV/c (figura 3.10).

Nel caso di livelli di fondo trascurabile, cioè per tracce isolate, la procedura per estrarre l'estimatore ottimale per la massa è relativamente semplice. Nelle condizioni di un *jet* adronico o comunque quando si hanno molte tracce vicine e presenza di π^0 (come nei decadimenti a tre *prongs* del τ) il problema dell'identificazione diventa molto più complesso.

In generale, dopo aver imposto dei criteri di qualità sulla traccia, sui singoli fotoni rivelati e sullo stato del rivelatore, si utilizza un algoritmo che estrae l'informazione utile all'identificazione di massa. Le prestazioni del particolare algoritmo vanno valutate caso per caso e la scelta dell'algoritmo dipende dai requisiti di efficienza e purezza e dalle condizioni sperimentali, cioè dalla topologia dell'evento.

In questo capitolo si esaminerà in dettaglio il metodo standard dell'esperimento [108]. Si valuteranno le prestazioni in termini di risoluzione ma soprattutto dal punto

[3]Per semplicità si utilizza spesso, in questo capitolo e nei successivi, il termine *fotone* laddove *fotoelettrone* sarebbe piú appropriato.

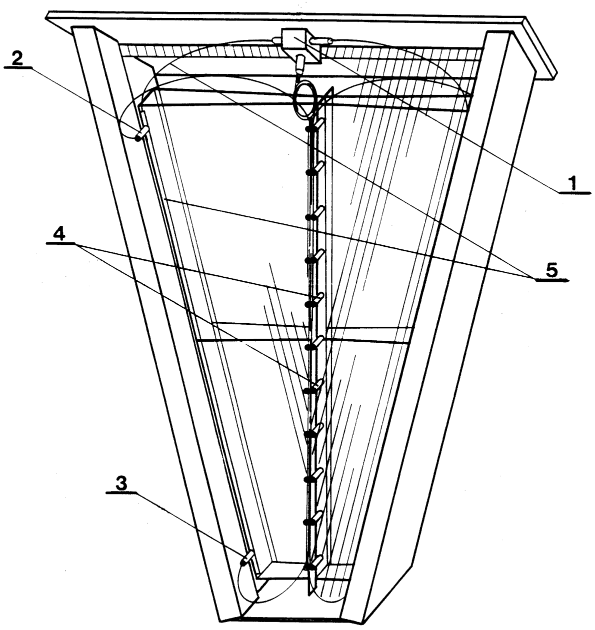


Figura 3.9: Sistema di calibrazione per il Forward RICH. Sono visibili le fibre di quarzo che trasportano la luce UV nei punti indicati

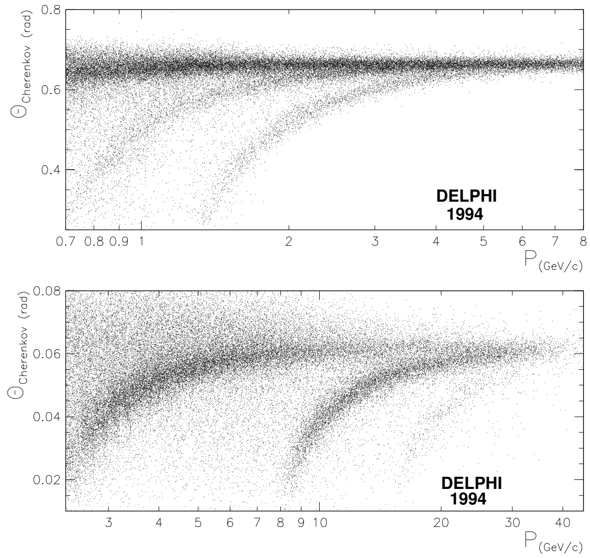


Figura 3.10: Angolo Cherenkov in funzione del momento per il radiatore liquido (alto) e il radiatore gassoso (basso) del Barrel RICH

di vista dell'efficienza e della misidentificazione, fattori cruciali nell'analisi fisica che si vuole successivamente svolgere.

Per l'analisi fisica successivamente descritta non verrà utilizzato il metodo descritto in questo capitolo ma si utilizzerà un algoritmo alternativo, esplicitamente sviluppato nel corso di questo lavoro, che verrà descritto nel capitolo successivo.

3.3 *Pattern recognition* standard dell'esperimento

I fotoni associati ad una traccia sono caratterizzati, in primo luogo, dall'angolo di Cherenkov θ_{meas}. Il software di ricostruzione, inoltre, associa al fotone anche altre quantità quali *bits* di qualità, l'errore atteso per ogni ipotesi, la lunghezza di radiazione attraversata ed un'informazione di ambiguità laddove lo stesso fotone risulti associato a piú tracce. L'errore atteso e la lunghezza di radiazione non sono misurate direttamente ma, in media, sono predette in modo abbastanza affidabile.

In pratica l'algoritmo cerca di distinguere il segnale dal fondo utilizzando queste quantità ed assegnando dei pesi opportuni ai singoli fotoni. Si scelgono i fotoni piú vicini agli angoli di Cherenkov attesi per ogni ipotesi e si calcola, quindi, una media pesata, ottenendo l'angolo di Cherenkov con cui si identifica la particella. I passi essenziali sono i seguenti:

- I fotoni più vicini alle ipotesi attese vengono raggruppati in *cluster*;
- Si assegnano i pesi ad ogni fotone e si sceglie il *cluster* con il peso globale maggiore;
- Si calcola l'angolo di Cherenkov medio usando i pesi assegnati.

Rispetto a metodi di *maximum likelihood*, adottati in precedenza dall'esperimento, questa tecnica fornisce campioni piú puri seppur con efficienza minore, ha il vantaggio di calcolare un angolo di Cherenkov medio con cui poter studiare il rivelatore e non ricorre ad alcuna ipotesi sulla distribuzione del fondo.

Le effettive prestazioni in termini di efficienza e misidentificazione dipendono anche dall'ottimizzazione dell'algoritmo nella fase di identificazione e dalla messa a punto fine dei criteri. Nella valutazione che segue si usa pertanto una procedura di identificazione, anch'essa standard, in cui questa ottimizzazione è stata fatta. Si mostreranno le relative matrici di efficienza valutate su simulazioni Monte Carlo e, dove possibile, su campioni di dati reali.

3.3.1 Risoluzioni

In una prima misura non si effettua nessuna media tra i fotoni dell'anello ma si considera ogni fotone a sè stante misurandone l'angolo di Cherenkov; questa verrà chiamata in seguito *distribuzione di singolo fotone*. Si osserva l'effetto di assegnazione del peso al fotone, secondo le quantità citate, misurando la risoluzione di singolo fotone prima e dopo questa operazione (figura 3.11).

È visibile un chiaro miglioramento della risoluzione a seguito dell'assegnazione del peso, segno che il livello di fondo è più elevato per fotoni aventi, ad esempio, un'alta probabilità di provenire da una conversione. In media, quindi, le variabili utilizza-

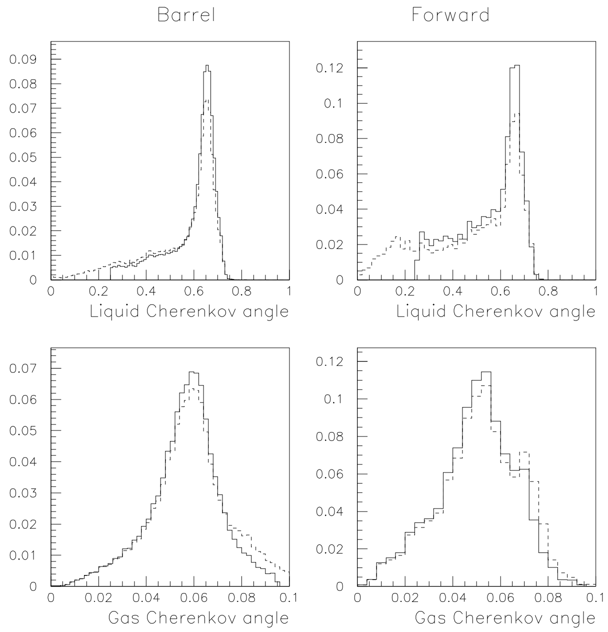


Figura 3.11: Distribuzioni di singolo fotone per i due radiatori liquido e gassoso prima (linea a tratti) e dopo (linea continua) l'assegnazione del peso ai fotoni

te per assegnare i pesi aiutano a discriminare il fondo dal segnale e di conseguenza a migliorare la risoluzione.

L'identificazione vera e propria si baserà sul valor medio e il relativo errore definiti tramite i pesi w_i come segue:

$$\theta_c^{mean} = \frac{1}{N_w} \sum_{i=1}^{N} w_i \theta_i \tag{3.20}$$

$$\sigma_c^{mean} = \sqrt{\frac{1}{N_w} \sum_{i=1}^{N} w_i \left(\theta_i - \theta_c\right)^2} \tag{3.21}$$

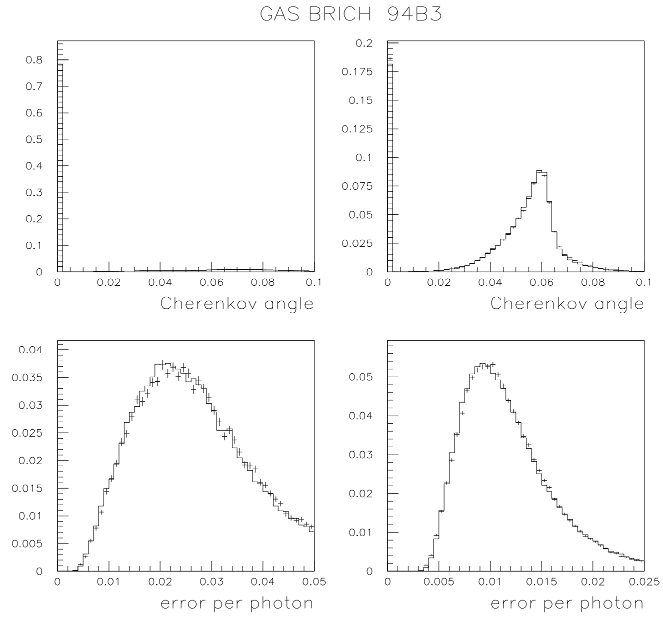
dove N_w è il numero pesato di fotoni:

$$N_w = \sum_{i=1}^{N} w_i \tag{3.22}$$

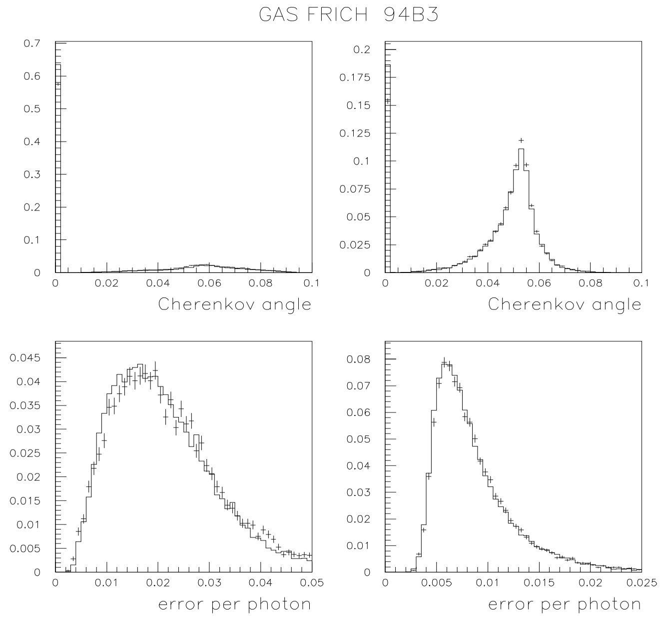
Queste grandezze sono mostrate in figura 3.12 per il rivelatore della zona *Barrel* e *Forward*.

Poiché sia l'angolo di Cherenkov che l'errore con cui lo si determina dipendono dall'impulso della particella, si utilizza in pratica una quantità derivata, il *pull*, definito rispetto al valore atteso Θ_π^{exp} per l'ipotesi π come segue:

$$\Pi_\pi = \frac{\overline{\Theta} - \Theta_\pi^{exp}}{\sigma_{ring}} \tag{3.23}$$



(a)



(b)

Figura 3.12: Distribuzioni dell'angolo di Cherenkov e dell'errore nel *Barrel RICH*(a) e nel *Forward RICH*(b) per impulso della traccia minore (sinistra) e maggiore (destra) di 2.7 GeV dove l'errore sull'anello è definito per il radiatore gas dei rivelatori *Barrel* (B) e *Forward* (F) attraverso le formule empiriche:

$$\sigma_{ring}^{B} = \sigma_{photon}\left(1 + \frac{0.8}{(2+p)}\right)\sqrt{1/N} \tag{3.24}$$

$$\sigma_{ring}^{F} = \sigma_{photon} 0.85\left(1 + \frac{0.8}{(2+p)}\right)\sqrt{1/N + 1/12} \tag{3.25}$$

mentre per il radiatore liquido queste sono:

$$\sigma_{ring}^{B} = \sigma_{photon} 0.56\left(1 + \frac{1.4}{p}\right)\sqrt{1/N + 1/6} \tag{3.26}$$

$$\sigma_{ring}^{F} = \sigma_{photon} 0.8\left(1 + \frac{1.4}{p}\right)\sqrt{1/N + 1/9} \tag{3.27}$$

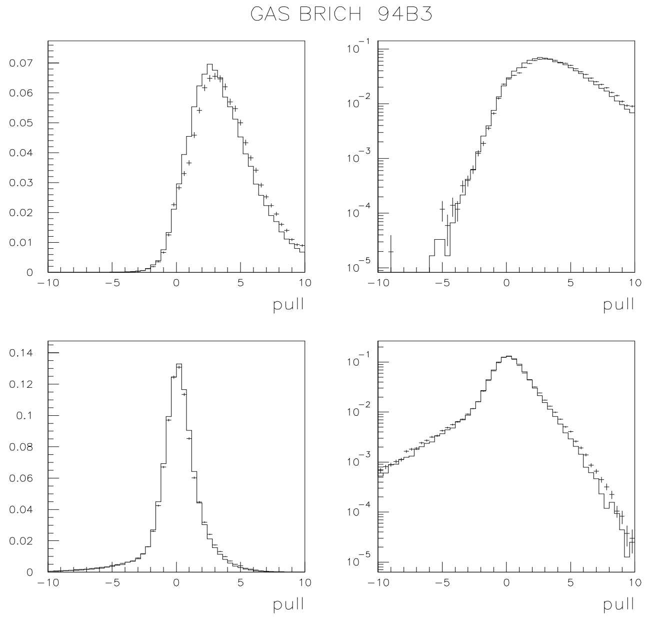
Quando la risoluzione per l'anello è definita semplicemente come $\sigma_{ring} = \sigma_{photon}/\sqrt{N}$, l'espressione 3.23 è uno strumento molto potente per comprendere il rivelatore, misurarne la risoluzione ed evidenziare effetti sistematici. In principio, se il numeratore della 3.23 fosse esente da errori sistematici e l'errore di singolo fotone σ_{photon} fosse ben descritto, la distribuzione del *pull* dovrebbe essere una Gaussiana[4] di media zero e varianza unitaria (figura 3.13). Le caratteristiche di media nulla e varianza unitaria, naturalmente, devono valere per ogni sottoinsieme significativo del campione, nel caso specifico media e varianza del *pull* non devono dipendere dall'impulso e dall'angolo polare della traccia.

Trascurando per il momento i dettagli sulla forma funzionale della distribuzione, in pratica si osserva che usando la 3.23 con $\sigma_{ring} = \sigma_{photon}/\sqrt{N}$ rimane una dipendenza dall'impulso e dal numero di fotoni rivelati (quest'ultima quantità correlata all'angolo polare della traccia), per cui si adottano le correzioni in 3.24-3.27. In questo modo la dipendenza dall'impulso e dall'angolo polare viene sostanzialmente eliminata.

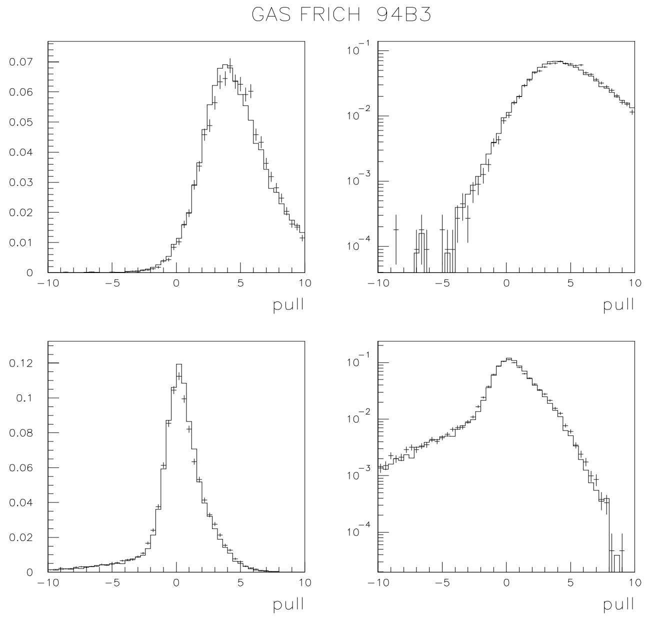
Si osserva che le correzioni in 3.24-3.27 aumentano la σ effettiva riducendo la risoluzione. Questo è un effetto della presenza di fondo nel numeratore della 3.23. Infatti le σ_{photon} vengono determinate utilizzando una classe di eventi molto pulita, $Z^0 \rightarrow \mu^- \mu^+$, in condizioni tali, cioè, da descrivere correttamente le diverse risoluzioni dovute all'angolo polare, qualità dei radiatori, differenti fotorivelatori, etc.

Tuttavia l'identificazione di adroni avviene in condizioni di forte fondo *fisico*, per esempio fotoni Cherenkov dovuti a tracce vicine, diretta ionizzazione nel fotorivelatore, rumore dovuto a conversioni provenienti da π^0. Se non si riesce a distinguere ed eliminare i fotoni di rumore, questi rimangono al numeratore della 3.23, rendendo necessario il peggioramento di risoluzione descritto dalle 3.24-3.27.

[4] Questo non è rigorosamente vero. In realtà, se la funzione di risoluzione per una data misura è gaussiana ma la varianza σ^2 non è la stessa per tutte le misure di un esperimento, la funzione di risoluzione totale per l'esperimento *non* è Gaussiana



(a)



(b)

Figura 3.13: Distribuzioni del *pull* definito come nell'equazione 3.23 nel *Barrel RICH* (a) e nel *Forward RICH* (b) per impulso della traccia minore (sinistra) e maggiore (destra) di 2.7 GeV

3.3.2 Prestazioni

Il *pattern recognition* standard, descritto nella sezione precedente, fornisce essenzialmente un angolo di Cherenkov medio. La seconda fase, quella dell'identificazione vera e propria, è stata sviluppata e ottimizzata indipendentemente allo scopo di ottenere il miglior compromesso tra efficienza e misidentificazione.

La filosofia di base consiste nell'accettare una certa ipotesi di massa se l'angolo Cherenkov ricostruito si trova:

- entro 2.5 deviazioni standard dal valore atteso per quell'ipotesi ($\sigma_{acc} < 2.5$);
- separato da più di 0,1,2 o 3 deviazioni standard dall'ipotesi più vicina ($\sigma_{sep} > 0, 1, 2 o 3$).

$$\sigma_{acc} = \frac{\theta_{meas} - \theta^{i}_{exp}}{\sigma^{ring}_{exp}} \tag{3.28}$$

$$\sigma_{sep} = \frac{\theta_{meas} - \theta^{j}_{exp}}{\sigma^{ring}_{exp}} \quad i, j = \mathrm{p}ione, kaone, protone \tag{3.29}$$

Tuttavia, le definizioni di accettanza e separazione sopra riportate, possono essere leggermente diverse per le diverse ipotesi. Per esempio, il valore di accettanza (2.5 σ_{acc}) viene in pratica aumentato del 20% in quelle zone dove ci si attende un segnale meglio separato.

Si valutano, innanzitutto, le prestazioni del *pattern recognition* in uso nell'esperimento, in termini della matrice di efficienza visibile in figura 3.14.

Questa è misurata su una simulazione Monte Carlo di eventi $\mathrm{q\overline{q}}$, utilizzando sia il radiatore liquido che quello gassoso. Nello studio di decadimenti del leptone τin *multiprongs* con K, tuttavia, le sole distribuzioni di interesse saranno le quattro in alto a sinistra e per impulsi maggiori di $\approx$ 4 GeV/c, soglia di produzione del K.

In figura 3.15 sono mostrati i livelli di efficienza e purezza per criteri più o meno severi valutati su simulazione Monte Carlo.

Utilizzando un campione selezionato di eventi è possibile misurare le efficienze direttamente sui dati reali. Per esempio utilizzando decadimenti ricostruiti come $\mathrm{K}^0 \rightarrow \mu\pi$ o $\Lambda \rightarrow \mathrm{p}\pi$ si possono misurare efficienza e misidentificazione per pioni e protoni. Purtroppo questa tecnica verifica essenzialmente l'identificazione nel radiatore liquido in quanto lo spettro in impulso delle particelle è relativamente basso (figura 3.16).

Riassumendo, l'identificazione di adroni con il RICH adottata nell'esperimento DELPHI fa uso di un *pattern recognition* basato sul raggruppamento dei fotoni attorno alle ipotesi attese e all'assegnazione di un peso relativo.

Si è mostrato come le variabili utilizzate per pesare i fotoni siano effettivamente correlate al fondo e pertanto l'assegnazione del peso relativo ai fotoni si traduca in un miglioramento della risoluzione media. Nonostante ciò, l'identificazione si traduce in un'efficienza attorno al 30-35 $\%$ con una misidentificazione attorno al 8-5 $\%$ nella regione di impulso sopra $\approx$ 8 GeV/c.

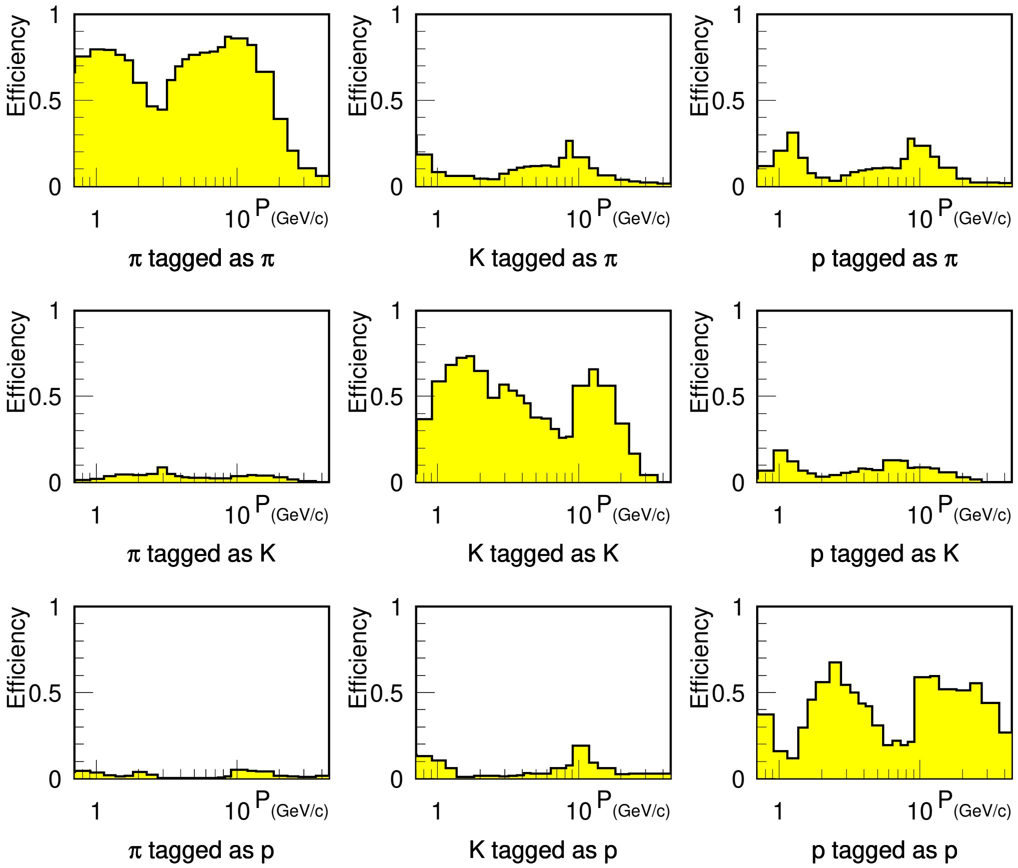


Figura 3.14: Matrice di efficienza in funzione dell'impulso della traccia nel Barrel RICH

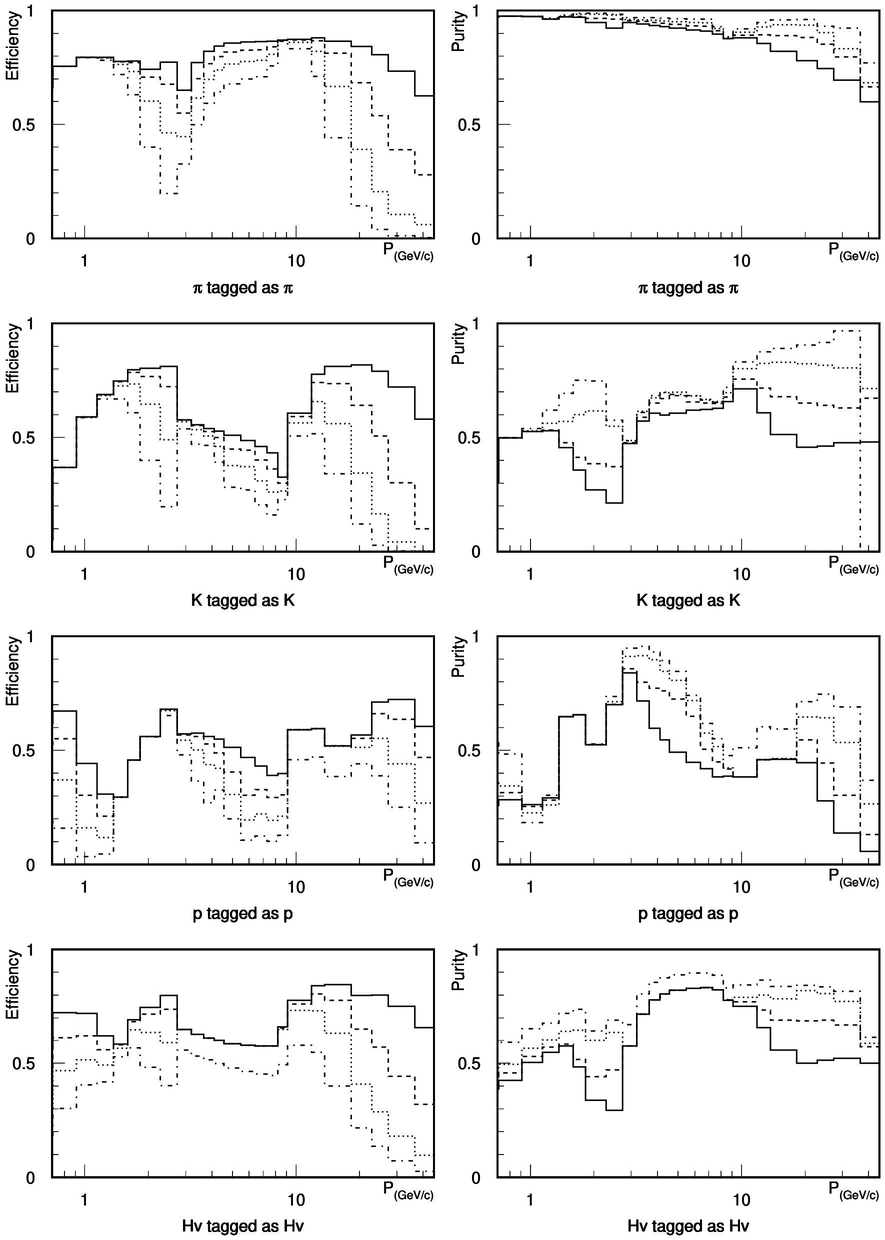


Figura 3.15: Efficienza e purezza per quattro diversi criteri di selezione valutato su simulazione Monte Carlo.

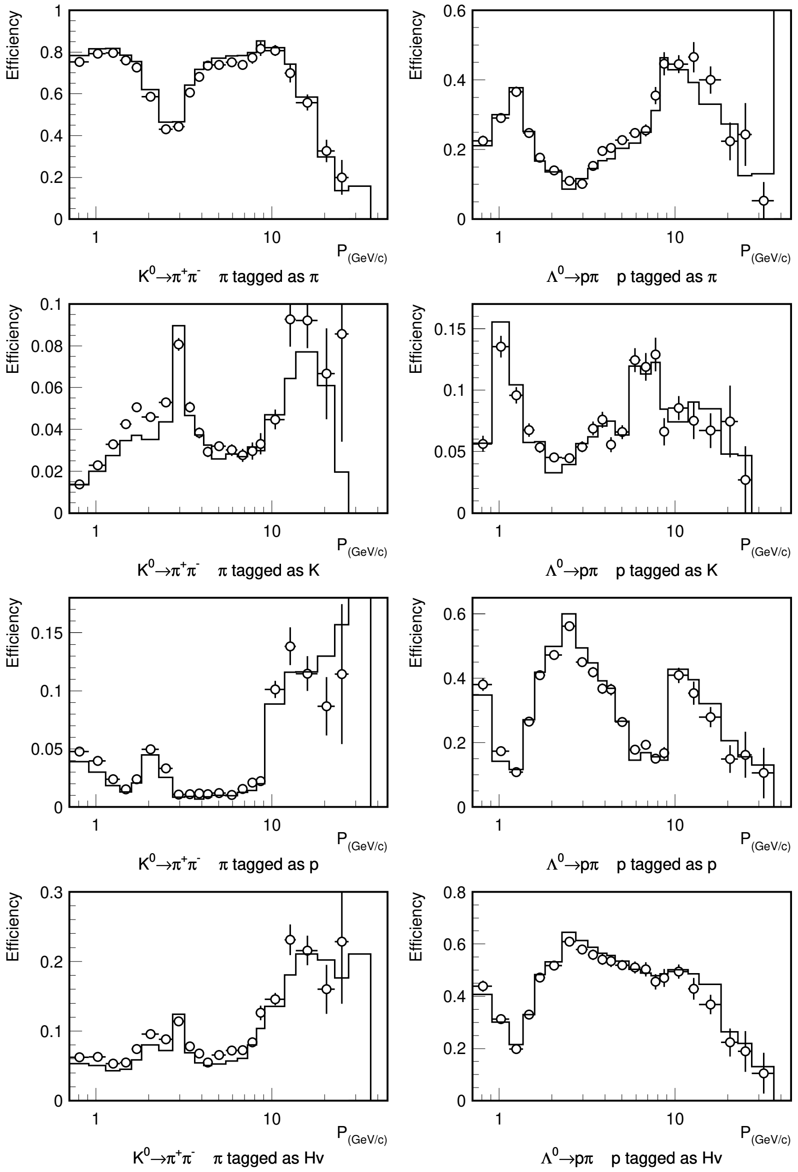


Figura 3.16: Confronto tra Monte Carlo e dati reali per campioni selezionati

Il problema principale connesso all'identificazione nel radiatore gassoso è infatti legato al fondo fisico (altre tracce, conversioni da π^0, etc) che genera un rumore difficilmente distinguibile dal segnale. Questo, a sua volta, introduce un errore sistematico che si traduce in code non Gaussiane nelle distribuzioni di risoluzione, dando luogo a prestazioni di efficienza e purezza inferiori a quelle attese.

Identificato in questi termini il problema, si tenterà una via alternativa, sviluppando un *pattern recognition* che aiuti, in particolare, nel problema di separare il segnale dal rumore. Nel capitolo successivo verrà descritta questa tecnica alternativa studiandone gli effetti sistematici e le prestazioni. Si mostrerà in particolare che, sebbene le risoluzioni non siano molto diverse da quelle viste in questo capitolo, si ottiene una riduzione significativa degli effetti sistematici, un efficienza media del $\approx 54\%$ con una misidentificazione tra il 2 e il 4 $\%$.

Capitolo 4

Pattern Recognition

4.1 Introduzione

Questo capitolo introduce brevemente il problema del *pattern recognition* e descrive, con maggiore dettaglio, l'applicazione pratica di una particolare tecnica al problema della ricostruzione dell'anello Cherenkov in un rivelatore RICH.

In termini generali il problema consiste nell'automatizzare un processo decisionale quando le dimensioni dell'informazione sono tali da non consentirne l'analisi diretta.

Le tecniche di pattern recognition si distinguono in due categorie principali:

- metodi di classificazione facenti uso di una conoscenza *a priori* delle varie classi;
- metodi di *clustering* in cui non si fa uso di tale conoscenza.

Nel primo approccio si parte dall'esistenza di un *training set* di oggetti classificati con cui determinare le distribuzioni di variabili caratteristiche. Il problema del *pattern recognition* è pertanto quello di estrazione delle caratteristiche peculiari di ogni classe e di disegno del miglior classificatore. In termini molto generali questa categoria comprenderà le tecniche di classificazione più efficienti in quanto l'informazione a disposizione è maggiore.

Nel caso del *clustering* non si fa uso di alcuna informazione esterna al campione. Questa maggiore libertà nella classificazione ha il vantaggio di portare in evidenza eventuali modi della distribuzione che non sono noti in anticipo. In generale qualora si vogliano rivelare e comprendere eventuali condizioni anormali o non previste i metodi di *clustering* sono pertanto più adatti. In questa categoria di tecniche si sviluppano metodi di misura della separabilità delle classi, coesione dei *cluster*, criteri di decisione della miglior suddivisione in classi del campione da classificare.

Il problema di classificazione esplicitamente affrontato in questo caso consiste nel distinguere, tra i fotoni associati ad una traccia, quelli appartenenti all'anello Cherenkov da quelli dovuti a rumore di vario genere.

Le caratteristiche principali del problema sono:

- un numero molto ridotto di oggetti da classificare ($\approx 10 - 15$);
- una componente significativa ($\approx 10-40\%$) di fotoni di rumore cioè oggetti dalle caratteristiche impredicibili, non necessariamente uniformemente distribuiti;
- un modello noto per la componente di segnale che si vuole estrarre.

Per risolvere il problema di separare la componente di segnale da quella di rumore si adotta un particolare algoritmo di *clustering* non parametrico che utilizza, quindi, le sole caratteristiche osservabili degli oggetti da classificare. Si valutano le prestazioni di questa tecnica e gli effetti sistematici connessi applicando l'algoritmo ai dati raccolti dal rivelatore RICH. Lo studio degli effetti sistematici viene compiuto su un campione di decadimenti di $\tau \rightarrow 3\pi \geq 0\ \pi^0$, selezionabili in modo molto puro dal totale dei dati. Inoltre, dal punto di vista dell'identificazione di adroni mediante il RICH, la situazione sperimentale è molto simile a quella che si osserva nei decadimenti $\mathrm{Z}^0 \rightarrow \mathrm{q}\overline{\mathrm{q}}$.

4.2 Approccio Bayesiano

Lo scopo del *pattern recognition* consiste nel classificare degli oggetti in certe categorie note. Attraverso un'osservazione o una misura sugli oggetti si ottiene un insieme di numeri che formano il vettore osservato. Assumendo che tale vettore sia un vettore casuale, la cui funzione di densità condizionale sia nota e dipenda dalla classe di appartenenza, il problema di *pattern recognition* diventa un problema di test di ipotesi statistica. [110]

Sia X il vettore osservato e si voglia determinare se X appartenga a ω_1 o ω_2. Una regola decisionale basata semplicemente sulle probabilità può essere scritta come segue:

$$P(\omega_1|X) \mathop{\gtrless} P(\omega_2|X) \rightarrow X \in \begin{cases} \omega_1 \\ \omega_2 \end{cases} \tag{4.1}$$

Le probabilità *a posteriori* $P(\omega_i|X)$ possono essere calcolate dalle probabilità *a priori* $P(\omega_i)$ e dalle funzioni di densità condizionale $p(X|\omega_i)$ usando il teorema di Bayes:

$$P(\omega_i|X) = \frac{p(X|\omega_i)P(\omega_i)}{p(X)} \tag{4.2}$$

Poiché $p(X)$ è comune ad entrambi i membri della diseguaglianza di 4.1 la regola decisionale 4.1 può essere scritta come:

$$p(X|\omega_1)P(\omega_1) \mathop{\gtrless} p(X|\omega_2)P(\omega_2) \rightarrow X \in \begin{cases} \omega_1 \\ \omega_2 \end{cases} \tag{4.3}$$

o

$$l(X) = \frac{p(X|\omega_1)}{p(X|\omega_2)} \mathop{\gtrless} \frac{P(\omega_2)}{P(\omega_1)} \rightarrow X \in \begin{cases} \omega_1 \\ \omega_2 \end{cases} \tag{4.4}$$

il termine $l(X)$ si chiama *likehood ratio* ed è la quantità fondamentale nel test di ipotesi. In modo equivalente si può scrivere il logaritmo cambiato di segno di questa quantità e la regola decisionale diventa:

$$- \ln l(X) = - \ln p(X|\omega_1) + \ln p(X|\omega_2) \begin{array}{c} > \\ < \end{array} \ln P(\omega_1)/P(\omega_2) \rightarrow X \in \begin{cases} \omega_1 \\ \omega_2 \end{cases} \tag{4.5}$$

Le equazioni 4.4 e 4.5 si chiamano *Test di Bayes di minimo errore*. In generale, la regola decisionale 4.5, o qualsiasi altra regola decisionale, non conduce ad una perfetta classificazione ma si può mostrare che minimizza la probabilità di errore. Assegnando predeterminati costi ad ogni decisione il classificatore di Bayes minimizza il rischio o costo atteso.

Sebbene il classificatore di Bayes sia ottimale la sua implementazione pratica è spesso difficile, in particolare quando la dimensionalità è elevata. In questi casi si ricorre a classificatori più semplici, lineari o lineari a tratti.

4.2.1 Tecniche parametriche e non parametriche

Le distribuzioni di probabilità vanno determinate utilizzando un numero finito di campioni e pertanto saranno note con un certo errore. Se la forma funzionale della distribuzione è nota la funzione densità può essere stimata sostituendo i parametri con stime opportune. Per esempio, una distribuzione normale può essere determinata usando una stima, sul campione, del vettore media e della matrice di covarianza. Questo è pertanto un approccio parametrico alla determinazione della densità. Il suo punto cruciale consiste nella stima del parametro che varia statisticamente da campione a campione.

Un metodo che determina la distribuzione di probabilità senza assumere alcuna forma funzionale si dice invece non parametrico. In questo caso la complessità computazionale del problema è assai maggiore in quanto si utilizza tutto il campione invece di un piccolo numero di parametri ed è conveniente solo quando l'informazione sulla forma funzionale è particolarmente scarsa. Per esempio se si determina in qualche modo che i dati sono raggruppati attorno a certi modi, rimane preferibile descrivere la densità come una somma pesata di densità normali, piuttosto che ricorrere a tecniche non parametriche.

Una delle tecniche non parametriche fondamentali consiste nella regola decisionale dei *k-nearest-neighbour*. Quando un campione ignoto X deve essere classificato si cercano i k campioni più simili a X, ovvero "vicini" secondo qualche metrica, tra N *training samples*. Questi consistono di N_1 campioni da ω_1 e N_2 da ω_2 e che devono essere tenuti in memoria. Lo svantaggio di questo metodo consiste nel dover immagazzinare tutti i campioni per confrontarli tutti con il campione ignoto.

Riassumendo, l'approccio Bayesiano si basa essenzialmente sulla stima delle densità di probabilità, o dei loro parametri caratteristici, a partire da *training samples*. Nel caso in cui tali distribuzioni siano determinabili il test di minimo errore di Bayes consente la migliore classificazione, dove il parametro cruciale con cui valutare un metodo di *pattern recognition* consiste, in generale, nella probabilità di errore.

Nell'applicazione pratica che ci interessa è certamente plausibile ipotizzare che i fotoni Cherenkov appartenenti all'anello siano distribuiti in modo gaussiano attorno al valore atteso per una certa ipotesi di massa ed un certo impulso della traccia. Quello che rende questo approccio difficoltoso è, purtroppo, la mancanza di un'informazione a priori sufficiente sul rumore e la limitata significatività statistica del segnale.

4.3 Clustering

Le tecniche di *clustering* affrontano il problema di raggruppare dati multidimensionali, rappresentati da vettori, senza l'aiuto di informazione esterna al campione. Questo approccio si rende necessario quando non sono disponibile campioni pre-classificati o quando è comunque necessario suddividere i dati utilizzando soltanto le loro caratteristiche osservabili.

In questo ambito sono state sviluppate numerose tecniche specializzate a risolvere una particolare situazione. Per esempio possono aversi casi in cui un numero molto grande di oggetti va classificato in pochi gruppi, di cui si può stimare più o meno agevolmente il baricentro. Si può conoscere o meno il numero di *cluster* desiderato oppure la loro forma, per esempio si può ipotizzare a priori una forma sferica o ellissoidale. In altri casi, al contrario, il numero di oggetti da classificare può essere molto piccolo ma una procedura di clustering è necessaria perché la classificazione va ripetuta su un insieme grande di eventi.

In generale si fa uso di un *criterio* che assegna un numero ad ogni possibile partizione dei dati. La partizione che determina un valore estremo del criterio è scelta come la partizione voluta. Il criterio deve soddisfare a due requisiti fondamentali di prestazioni ed efficienza:

- La partizione risultante deve cadere lungo confini naturali dei dati nei casi in cui tali confini sono ben definiti;
- Deve esistere un algoritmo efficiente per trovare la partizione ottimale.

Un altro requisito desiderato consiste nell'unicità, nell'esistenza di una sola partizione che rende estremo il criterio.

Per la sua importanza si descrive dapprima un metodo parametrico basato sulle matrici di dispersione *scatter matrix*.

4.3.1 Una tecnica parametrica: le matrici di dispersione

Questa tecnica viene utilizzata in generale nell'analisi discriminante per formulare criteri di separabilità ed estrarre caratteristiche delle classi [111].

Sia $\{X_1, X_2, \ldots, X_N\}$ un insieme di vettori colonna a L dimensioni. Si vuole dividerli in M gruppi, $G_1, G_2, \ldots, G_M$ ognuno con popolazione $N_1, N_2, \ldots, N_M$. Le matrici di dispersione sono definite come segue:

Dispersione totale:

$$T \equiv \sum_{k=1}^{N} X_k X_k^T \tag{4.6}$$

Dispersione intragruppo:

$$W_j \equiv \sum_{X_k \in G_j} (X_k - C_j)(X_k - C_j)^T \tag{4.7}$$

dove

$$C_j = \frac{1}{N_j} \sum_{X_k \in G_j} X_k \tag{4.8}$$

Dispersione intragruppo totale:

$$W \equiv \sum_{j=1}^{M} W_j \tag{4.9}$$

Dispersione intergruppo:

$$B \equiv \sum_{j=1}^{M} N_j \; C_j \; C_j^T \tag{4.10}$$

In generale si ha:

$$T = W + B \tag{4.11}$$

inoltre gli autovalori di $W^{-1}B$, $\lambda_1, \ldots, \lambda_L$ sono invarianti per trasformazioni lineari non singolari dei vettori X_k.

In termini delle matrici di dispersione si possono definire diversi criteri. La dispersione intragruppo è una misura del grado di associazione dei membri del gruppo. Quindi una qualche misura della entità di W può definire un criterio:

$$J_0 = tr \; W = \sum_{j=1}^{M} \sum_{X_k \in G_j} \|X_k - C_j\|^2 \tag{4.12}$$

dove tr W è la traccia della matrice W. J_0 può essere interpretato come la distanza quadratica media dal centro del gruppo e la partizione ottimale è quella che minimizza J_0. Nonostante questo criterio sia stato usato in diversi casi ([113],[115]) si osserva che J_0 non è invariante rispetto a trasformazioni lineari non singolari degli X_k. Questo significa che cambiando sistema di coordinate dei dati originali la partizione ottimale può cambiare. Friedman e Rubin [114] disturbati da questa ambiguità introdussero una famiglia di criteri invarianti. Un criterio della forma:

$$J = f\left(\lambda_1, \ldots, \lambda_L\right) \tag{4.13}$$

è invariante per trasformazioni lineari non singolari. Due possibili criteri di questo tipo sono:

$$\begin{aligned} J_1 &= \det \; T / \det \; W, \\ &= \prod_{i=1}^{L} \left(1 + \lambda_i\right) \end{aligned} \tag{4.14}$$

$$\begin{aligned} J_2 &= \mathrm{tr} W^{-1} B, \\ &= \sum_{i=1}^{L} \lambda_i \end{aligned} \tag{4.15}$$

In questo caso la partizione ottima è quella che *massimizza* il criterio. Diversi esempi numerici mostrano che J_1 e J_2 sono superiori a J_0 dal punto di vista delle prestazioni.

La nozione empirica alla base dell'approccio di Friedman e Rubin è che la struttura del gruppo viene in qualche modo riflessa nei dati. Quando questa struttura è riflessa in modo invariante è opportuno, secondo gli autori, usare un criterio invariante per rivelarla. Questa conclusione, non dimostrata teoricamente, sembra tuttavia supportata da diverse applicazioni.

L'algoritmo base di raggruppamento, accuratamente studiato e provato è il seguente:

1. Si scelgono i baricentri iniziali dei gruppi

2. Per ogni vettore da classificare:

   (a) Si calcola la distanza euclidea dal centro di ogni gruppo;

   (b) Si etichetta il vettore secondo il gruppo più vicino

3.
   - Se nessun vettore riceve una nuova etichetta si ferma l'algoritmo
   - Se almeno un vettore riceve una nuova etichetta
     si calcolano i vettori media degli attuali gruppi che diventano i nuovi baricentri dei gruppi e si torna al punto 2.

Le proprietà asintotiche di questo algoritmo sono state studiate da MacQueen et al. [115] e porta ad un raggruppamento dei dati che minimizza, almeno localmente, J_0. Non è stato proposto un algoritmo altrettanto semplice per massimizzare J_1 e J_2, ma è stato tuttavia provato che se il sistema di coordinate viene opportunamente scelto J_0 diventa funzione di $\lambda_1, \ldots, \lambda_L$. In tal caso J_0,J_1 e J_2 diventano equivalenti, almeno per la classificazione in due gruppi.

4.3.2 Tecnica non parametrica di *Valley-Seeking*

Il criterio [112] è basato sulla nozione che dell'informazione viene persa quando gli oggetti sono rappresentati soltanto dall'etichetta della classe di appartenenza. Il secondo ingrediente fondamentale del *clustering*, l'algoritmo che trovi l'estremo del criterio in modo efficiente, è costituito da una regola di penalizzazione a intorno fissato (*fixed neighborhood penalty rule*).

Supponiamo che ogni membro di un insieme N di oggetti sia rappresentato da un vettore L-dimensionale. L'insieme di vettori $\{X_1, \ldots, X_N\}$ contiene tutta l'informazione riguardante gli oggetti. L'operazione di *clustering* sostituisce l'insieme di vettori con un insieme di etichette $\{\omega_1, \ldots, \omega_N\}$. L'etichetta ω_i è un numero intero tra 1 e M ($M \leq N$) e denota la classe a cui X_i è assegnato. Rispetto all'insieme di vettori, l'insieme di etichette contiene meno informazione riguardo gli oggetti. Per questo il *clustering* è qui visto come un algoritmo di riduzione dei dati che distrugge informazione. Questa perdita di informazione può essere vista come l'errore di rappresentazione commesso sostituendo $\{X_1, \ldots, X_N\}$ con $\{\omega_1, \ldots, \omega_N\}$. Una misura quantitativa di questo errore serve, in questo caso, come criterio da minimizzare.

Consideriamo, in particolare, l'errore di rappresentazione commesso nello stimare distanze tra coppie di vettori. Sia $d_x(X_i, X_j)$ la distanza Euclidea tra X_i e X_j,

$$d_X(X_i, X_j) = \left[\sum_{l=1}^{L} (X_{il} - X_{jl})^2\right]^{1/2} \tag{4.16}$$

Sia poi $d_\omega(\omega_i, \omega_j)$ un'opportuna metrica di distanza tra classi, per esempio:

$$d_\omega(\omega_i, \omega_j) = d_X\left[C(\omega_i), C(\omega_j)\right] \tag{4.17}$$

oppure

$$d_\omega(\omega_i, \omega_j) = \begin{cases} D \ > \ 0 & \omega_i \neq \omega_j \\ 0 & \omega_i = \omega_j \end{cases} \tag{4.18}$$

Una misura dell'errore di rappresentazione della distanza verrà usato come criterio di *clustering*:

$$J = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} f(X_i, X_j)\left[d_\omega(\omega_i, \omega_j) - d_X(X_i, X_j)\right]^2 \tag{4.19}$$

dove $f(X_i, X_j)$ è un insieme di pesi, per esempio:

$$\begin{aligned} f(X_i, X_j) &= \begin{cases} 1 & d_X(X_i, X_j) \leq R \\ 0 & d_X(X_i, X_j) > R \end{cases} \\ &\equiv f_R\left[d_X(X_i, X_j)\right] \end{aligned} \tag{4.20}$$

Se R è sufficientemente piccolo si può scrivere J_1 come:

$$J_1 = 2\sum_{j<i} f_R\left[d_X(X_i, X_j)\right] d_\omega^2(\omega_i, \omega_j) \equiv 2J_{1R} \tag{4.21}$$

J_{1R} assegna una penalizzazione non nulla per ogni coppia di vettori più vicini di R e classificati in classi diverse.

Usando la 4.18 come definizione di d_ω ne seguono i casi speciali:

$$\begin{aligned} J_1 &= \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} f(X_i, X_j) D^2\left[1 - \delta(\omega_i, \omega_j)\right] \\ &\equiv D^2 J_2 \end{aligned} \tag{4.22}$$

$$\begin{aligned} J_{1R} &= \sum_{j<i} f_R\left[d_X(X_i, X_j)\right] D^2\left[1 - \delta(\omega_i, \omega_j)\right] \\ &\equiv D^2 J_{2R} \end{aligned} \tag{4.23}$$

con

$$\delta(\omega_i, \omega_j) = \begin{cases} 1 & \omega_i = \omega_j \\ 0 & \omega_i \neq \omega_j \end{cases} \tag{4.24}$$

J_{2R} è uguale al numero totale di coppie distinte di vettori separate da una distanza inferiore a R e assegnate a classi diverse. J_{2R} è pertanto una regola di penalizzazione a intorno fissato e viene infine usata come criterio di *clustering*.

L'algoritmo in grado di trovare la classificazione ottimale dato il criterio descritto è una ricerca iterativa basata sulle variazioni al prim'ordine in $J(\Omega; X)$.

$$\Omega = [\omega_1, \ldots, \omega_N]^T \tag{4.25}$$

e

$$X = \left[X_1^T, \ldots, X_N^T\right]^T \tag{4.26}$$

L'assegnazione Ω è variabile e la configurazione X è fissata. L'algoritmo cerca un'assegnazione Ω^* tale che

$$J(\Omega^*; X) = \min_{\Omega} J(\Omega; X) \tag{4.27}$$

Sia $\Omega(k)$ l'assegnazione al k-esimo passo. Se l'r-esimo vettore è riclassificato dalla sua attuale classe $\omega_r(k)$ alla classe s, allora la variazione di J, $\Delta J(r, s, k)$ è data da:

$$\Delta J(r, s, k) = J\left[\omega_1(k), \ldots, \omega_{r-1}(k), s, \omega_{r+1}(k), \ldots, \omega_N(k); X\right] - J(\Omega(k); X) \tag{4.28}$$

La successiva classificazione di X_r, $\omega_r(k+1)$ deve essere quella che porta il decremento maggiore di J. L'algoritmo di clustering è il seguente:

1. si sceglie una classificazione iniziale $\Omega(0)$;

2. determinata la k-esima classificazione si calcola:

   $$\Delta J(r, s, k) \text{ per } r = 1, \ldots, N \text{ e } s = 1, \ldots, M$$

3. la $k+1$-esima classificazione è determinata da:

   $$\Delta J(r, \omega_r(k+1), k) = \min \Delta J(r, s, k), \quad r = 1, \ldots, N$$

4. se qualche vettore è stato messo in una nuova classe si torna al punto 2 e si ripete altrimenti si termina l'algoritmo.

Tutto il calcolo avviene nel punto 2 e i vettori sono riclassificati simultaneamente al punto 3.

Questa procedura è una tecnica di *Valley-Seeking*. Infatti supponiamo che alla k-esima iterazione vi siano dei vettori lungo il confine che separa la classe s_1 dalla classe s_2 e che vi sia una forte concentrazione di vettori dal lato s_2 del confine. Allora i vettori lungo il confine verranno riclassificati nella classe s_2, cioè il confine si allontanerà dalle zone ad alta concentrazione verso le valli della distribuzione.

4.3.3 Discussione

Quest'ultimo criterio di *clustering* insieme all'algoritmo che lo minimizza formano la procedura di *clustering* non parametrico che si è scelto di applicare al caso pratico di separare i fotoni del segnale Cherenkov dal rumore. Rispetto alle tecniche basate sulle matrici di dispersione descritte in 4.3.1 la procedura funziona anche con *cluster* non ellissoidali e non poggia sulla determinazione del baricentro della classe, operazione quest'ultima poco affidabile quando la classe può venire formata, per esempio, da due o tre fotoni di rumore soltanto. Inoltre non richiede il calcolo di una distanza, richiesto nelle matrici di dispersione, ma essenzialmente solo un'operazione di conteggio.

I lati deboli della procedura sono l'esistenza di un minimo assoluto in zero dove tutti i vettori sono assegnati alla stessa classe e la necessità di fissare in qualche modo il raggio R ed il numero di classi M. Il primo non costituisce in realtà un serio problema in quanto è facile rilevare il caso degenere e considerare minimi locali più interessanti. La necessità di determinare esternamente il raggio R e il numero di classi M può essere più importante perché si rischia per esempio di classificare ogni vettore in una propria classe scegliendo un raggio troppo piccolo. Analogamente, con un numero di classi disponibili M molto inferiore alla reale struttura dei dati si correrebbe il rischio opposto, di classificare assieme dei vettori per mancanza di classi diverse.

A questo proposito, la strategia adottata in questo lavoro è stata quella di mettere a disposizione un numero di classi sufficientemente grande in modo che rimanessero sempre delle classi vuote. In questo modo la convivenza nella stessa classe non è mai forzata dalla semplice mancanza di classi vuote disponibili.

Sulla determinazione esterna del raggio c'è' poco da fare, è necessario cercarla empiricamente in quanto dipende evidentemente dalla dispersione intrinseca degli oggetti. In pratica si producono diverse classificazioni per diversi valori del raggio R e si sceglierà successivamente tra queste secondo criteri opportuni.

Il punto interessante della procedura consiste nella possibilità di formare classi abitate da un solo elemento se la regola di penalizzazione descritta ritiene questo conveniente ai fini di minimizzare J. Questo significa, nell'applicazione studiata, che uno o due fotoni di rumore possono essere classificati in una propria classe senza l'ausilio di alcuna informazione esterna su di essi. Naturalmente, una volta che la classificazione è avvenuta, sarà necessario un metodo per capire quale *cluster* contenga il segnale e quali il rumore. Generalmente il rumore viene sparso in più classi, diminuendo la sua significatività statistica. Vi sono tuttavia casi in cui sarà necessaria tutta l'informazione esterna sul segnale atteso per scegliere correttamente e naturalmente in alcuni casi la regola decisionale scelta, come ogni regola decisionale, condurrà ad un errore di classificazione.

La stima della probabilità di errore, il parametro fondamentale con cui confrontare ogni tecnica di *pattern recognition*, viene discussa nelle prossime sezioni.

4.4 Ricostruzione dell'angolo Cherenkov

La procedura di *clustering* descritta fornisce una divisione in classi dei fotoni Cherenkov associati ad una traccia. Nel seguito si assume esplicitamente che uno dei *cluster* prodotti contenga il segnale mentre eventuali altri contengano solo rumore. Questo implica alcune conseguenze sulla ricostruzione dell'angolo di Cherenkov:

- ogni classe viene considerata separatamente e valutata come possibile candidato di segnale;
- il segnale si suppone pulito dal rumore e pertanto distribuito in modo gaussiano attorno al valore atteso per una certa ipotesi di massa e un impulso noto;
- per ogni ipotesi di massa si possiede un modello di segnale che prevede, per esempio, il valore medio dell'angolo di Cherenkov e il numero di fotoni.

Ogni ipotesi di massa viene valutata separatamente, cercando tra i *cluster* prodotti quello che meglio si adatta a quella ipotesi. Quindi ogni classificazione avrà in generale il miglior candidato ad essere un segnale proveniente da un π e il miglior candidato K. Il confronto tra le due ipotesi e la decisione di quella più probabile è svolto alla fine, nella fase di identificazione. In questa prima fase il trattamento di ogni ipotesi di massa è equivalente, si farà riferimento esplicitamente per convenienza all'ipotesi π ma è implicito che lo stesso trattamento viene applicato all'ipotesi K.

N angoli di Cherenkov $\{\theta_1, \ldots, \theta_N\}$ relativi ai singoli fotoni rivelati sono associati ad una traccia di impulso noto. Questi vengono classificati in M classi contenenti, ognuna, un numero $\{N_1, \ldots, N_M\}$ di fotoni θ_{ij}; $(i = 1, \ldots, N_j;\quad j = 1, \ldots, M)$. Si calcola per ogni classe il valor medio dei fotoni contenuti:

$$\overline{\Theta}_j = \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} \theta_{ij}, \quad j = 1, \ldots, M; \quad N_j \geq 2 \tag{4.29}$$

Per quantificare il grado di consistenza del valor medio osservato nella classe j con il valore teorico atteso, ad esempio per l'ipotesi π Θ_π^{exp}, si usa il test t-Student:

$$t_j = \frac{\sqrt{N_j}\left(\overline{\Theta}_j - \Theta_\pi^{exp}\right)}{s} \tag{4.30}$$

dove:

$$s^2 = \frac{1}{N_j - 1} \sum_{i=1}^{N_j} \left(\theta_i - \overline{\Theta}_j\right)^2 \tag{4.31}$$

e la funzione:

$$F(t, n) = \frac{\Gamma(\frac{1}{2}\,(n+1))}{\sqrt{\pi n}\,\Gamma(\frac{1}{2} n)} \int_{-\infty}^{t} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{1}{2}(n+1)} \, dx \tag{4.32}$$

viene calcolata mediante la routine STUDIS della libreria CERNLIB. I singoli valori misurati θ_i ($\equiv \theta_{ij}$ fissato j) si riducono a variabili normalizzate:

$$X_i = \frac{\theta_i - \Theta_\pi^{exp}}{s} \tag{4.33}$$

Se queste sono normalmente distribuite secondo N(0,1) la somma dei quadrati:

$$X_N^2 = \sum_{i=1}^{N} X_i^2 \tag{4.34}$$

ha una distribuzione chi-quadro $\chi^2(N)$ con N gradi di libertà. La probabilità che una variabile casuale avente una distribuzione χ^2 con $N \geq 1$ gradi di libertà assuma un valore più grande di un certo valore $X \geq 0$ vale:

$$Q(X|N) = \frac{1}{\sqrt{2^N}\Gamma(\sqrt{1}2N)} \int_X^\infty \exp^{-\frac{1}{2}t} t^{\frac{1}{2}N-1} dt \tag{4.35}$$

Il cluster j è composto da N_j fotoni e si conosce il numero atteso di fotoni per una certa ipotesi, per esempio N_π^{exp}. La probabilità di osservare r fotoni quando il valor medio atteso è μ segue la distribuzione di Poisson:

$$p(r;\mu) = \frac{\mu^r \exp^{-\mu}}{r!} \tag{4.36}$$

Le precedenti probabilità vengono utilizzate per costruire estimatori con cui valutare la compatibilità di un certo cluster di fotoni rispetto ad una data ipotesi. In questo modo viene scelto, per tale ipotesi, il cluster migliore j e la media di tale cluster è l'angolo di Cherenkov misurato ($\overline{\Theta}_j \equiv \overline{\Theta}$.

4.4.1 Risoluzione

Per valutare la qualità della classificazione si utilizzano tracce provenienti da decadimenti del τ in 3 particelle cariche. Questi sono, per oltre il $\approx 95\%$, costituiti da soli π e rappresentano pertanto un campione di particelle ad alto impulso con cui valutare la risoluzione ottenuta. La variabile studiata è:

$$\sigma = \sum_{i=1}^{N_j} \theta_i - \Theta_\pi^{exp} \tag{4.37}$$

dove la somma si applica sul cluster scelto come miglior candidato π usando i test statistici descritti.

Le risoluzioni dipendono dall'angolo polare θ della traccia o, equivalentemente, dallo specchio come si vede in figura 4.1 e dall'impulso della traccia come in figura 4.2:

Le distribuzioni di risoluzione σ ottenute per ogni specchio sono riportate in figura 4.3. La tabella 4.1 riassume la misura di risoluzione di singolo fotone per specchio e intervallo di momento. Le risoluzioni riportate sono cioè quelle secondo la somma in 4.37, senza cioè mediare sul numero di fotoni del cluster.

Utilizzando le variabili di *pull* si ottiene una misura normalizzata, cioè una gaussiana in principio di valor medio 0 e σ 1:

$$\Pi_\pi = \frac{\overline{\Theta} - \Theta_\pi^{exp}}{s/\sqrt{N_j}} \tag{4.38}$$

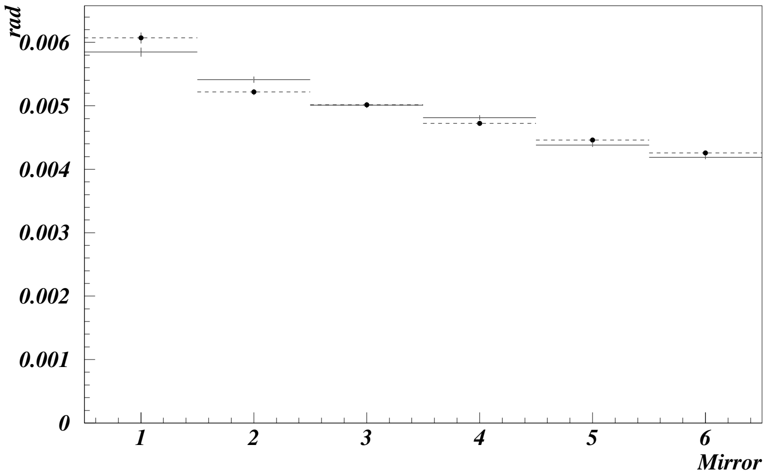


Figura 4.1: Risoluzione σ in funzione dello specchio per Monte Carlo (linea continua) e dati reali (linea a tratti)

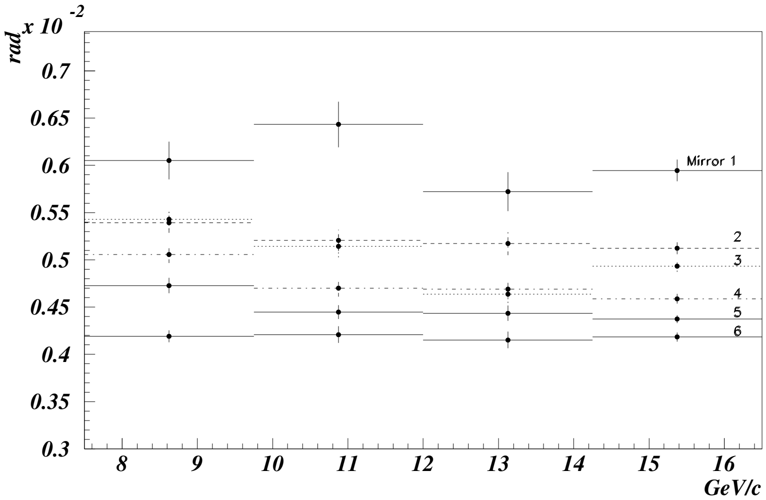


Figura 4.2: Risoluzione σ in funzione dell'impulso della traccia per ogni specchio

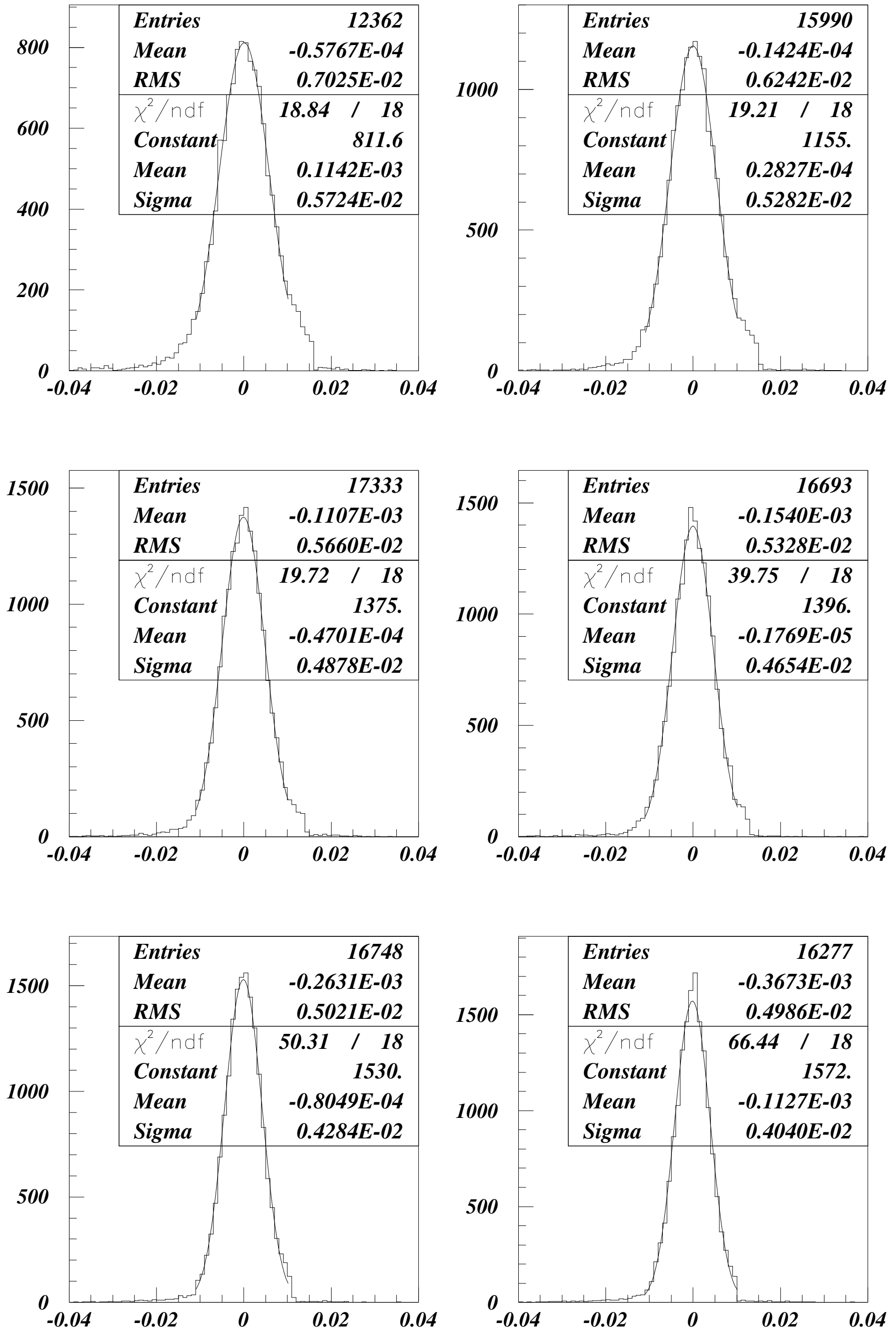


Figura 4.3: Risoluzione σ come in eq.4.37 per i sei specchi della zona *Barrel*

Questa quantità, in funzione dello specchio e dell'impulso, è riportata in figura 4.4. Nella maggior parte dei casi il *pull* ha effettivamente σ uguale a uno. Per il primo e in misura minore per il secondo specchio si osserva tuttavia un pull minore dell'unità, indice di una sovrastima dell'errore atteso. Questo provoca una leggera perdita di potere risolutivo e significa che la risoluzione sui dati reali è leggermente migliore di quella simulata.

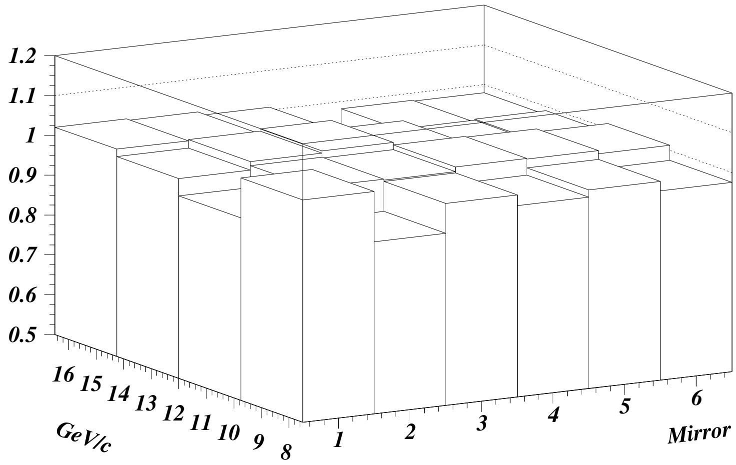


Figura 4.4: Variabile di pull come in eq.4.38 in funzione dell'impulso e dello specchio

Specchio	8 GeV$< p \leq$ 10 GeV $mrad$	10 GeV$< p \leq$ 12 GeV $mrad$	12 GeV$< p \leq$ 14 GeV $mrad$	p $>$ 14 GeV $mrad$
1	6.1 $\pm$ 0.2	6.4 $\pm$ 0.2	5.7 $\pm$ 0.2	5.9 $\pm$ 0.1
2	5.4 $\pm$ 0.1	5.2 $\pm$ 0.1	5.2 $\pm$ 0.1	5.12$\pm$ 0.06
3	5.4 $\pm$ 0.1	5.1 $\pm$ 0.1	4.64$\pm$ 0.09	4.93$\pm$ 0.06
4	5.06$\pm$ 0.09	4.70 $\pm$ 0.09	4.69$\pm$ 0.09	4.59$\pm$ 0.05
5	4.73$\pm$ 0.08	4.45 $\pm$ 0.07	4.43$\pm$ 0.08	4.37$\pm$ 0.04
6	4.19$\pm$ 0.06	4.21 $\pm$ 0.09	4.15$\pm$ 0.09	4.18$\pm$ 0.05

Tabella 4.1: Risoluzioni di singolo fotone per specchio e intervallo di impulso

hbtp

	$[rad]$	$[rad]$
Forward	.29 to .6	2.55 to 2.85
Barrel	.8 to 1.53	1.6 to 2.34

Tabella 4.2: Accettanze geometriche standard per l'identificazione con il rivelatore RICH

4.4.2 Separazione $\pi\mathrm{K}$

Lo studio della separazione $\pi\mathrm{K}$ utilizza una simulazione Monte Carlo di eventi $\mathrm{Z}^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$ standard ed un campione Monte Carlo dedicato in cui uno dei due τ decade in $\mathrm{KK}\pi$.

Si definisce la misidentificazione e l'efficienza nel modo seguente:

$$\epsilon_{\pi\rightarrow\mathrm{K}} = \frac{\text{N di } \pi \text{identificati come } \mathrm{K}}{\text{N di } \pi \text{totali nell'accettanza geometrica}} \tag{4.39}$$

$$\epsilon_{\mathrm{K}\rightarrow\mathrm{K}} = \frac{\text{N di } \mathrm{K} \text{identificati come } \mathrm{K}}{\text{N di } \mathrm{K} \text{totali nell'accettanza geometrica}} \tag{4.40}$$

dove l'accettanza geometrica è quella standard di identificazione con il rivelatore RICH (tabella 4.2). Le efficienze sono riportate, in funzione dell'impulso, in figura 4.5 e 4.6.

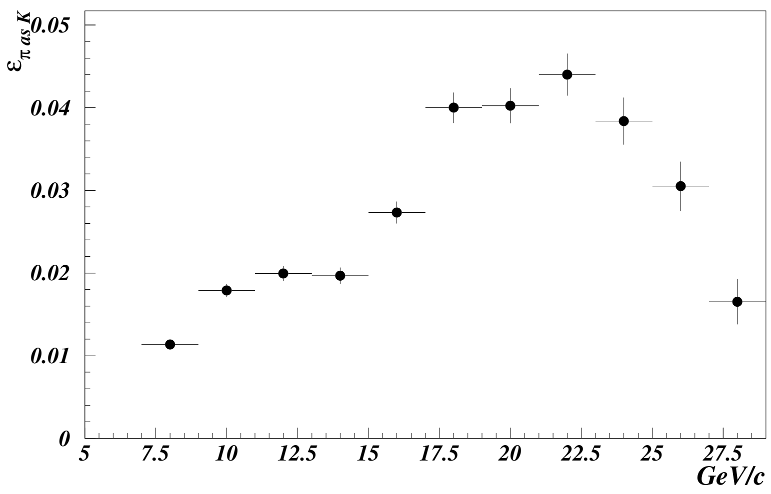


Figura 4.5: Misidentificazione $\epsilon_{\pi\rightarrow\mathrm{K}}$ in funzione dell'impulso

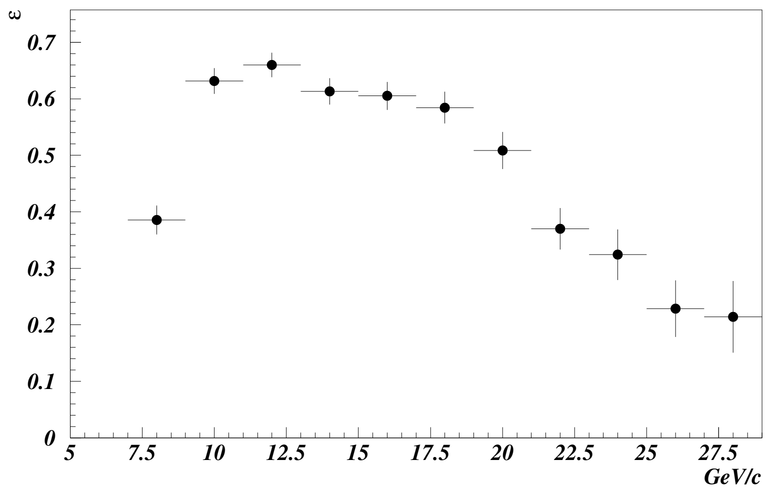


Figura 4.6: Efficienza di identificazione $\epsilon_{\mathrm{K}\to\mathrm{K}}$ in funzione dell'impulso

4.4.3 Discussione del metodo

La tecnica di ricostruzione dell'angolo di Cherenkov e l'identificazione basata su un *clustering* non parametrico porta a una efficienza di identificazione che si mantiene sopra il 50 $\%$ per mesoni K fino fino a 20 GeV di impulso. La misidentificazione di π come K si mantiene tra il 2 e il 4 $\%$.

A fronte di questi risultati incoraggianti la risoluzione non sembra particolarmente migliorata rispetto a quella usualmente misurata. Questo significa che il guadagno in prestazioni è legato alla riduzione di code non gaussiane nelle distribuzioni di risoluzione piuttosto che a una minore σ.

Le efficienze e le risoluzioni sono stati misurate in condizioni particolarmente difficili per l'identificazione con il RICH. Infatti, nei decadimenti a tre adroni del τ, le particelle risultano molto collimate e l'ulteriore effetto focalizzante degli specchi provoca la sovrapposizione degli anelli Cherenkov. I fotoelettroni provocati da diretta ionizzazione delle tracce vicine possono venire associati a quelli Cherenkov e lo stesso vale per tracce spurie generate dalla conversione di fotoni da π^0.

Nonostante le prestazioni di identificazione non sembrino criticamente legate alle risoluzioni, può essere tuttavia utile uno studio di queste attraverso l'algoritmo presentato. Una caratteristica utile dell'approccio non parametrico è infatti la possibilità di fare emergere eventuali discrepanze o difetti, modi delle distribuzioni non noti.

Il metodo può, in linea di principio, essere esteso anche all'identificazione di adroni di basso impulso utilizzando il radiatore liquido invece di quello gassoso. In questo caso i problemi sono differenti, l'effetto di errori nel tracciamento è molto più importante e forse quello del rumore può essere relativamente minore.

Capitolo 5

Selezione dei decadimenti in $\tau^-\tau^+$

Il decadimento del bosone Z^0 in una coppia di leptoni τ è riconoscibile principalmente per un numero ridotto di particelle cariche, lo sbilanciamento cinematico dovuto alla presenza di neutrini ν_τ nello stato finale e una massa invariante relativamente piccola ($<$ 1.8 GeV). Il fondo principale è costituito da eventi adronici $\mathrm{Z}^0 \to \mathrm{q}\overline{\mathrm{q}}$ aventi una molteplicità carica media pari a 21, molto più grande di quella del segnale cercato. In questo caso si è infatti interessati a canali di decadimento del τ a tre particelle cariche nello stato finale quindi il numero totale di tracce è compreso tra quattro e sei. Lo stesso requisito sul numero di tracce e la richiesta di una acollinearità nell'evento elimina la grande parte di eventi leptonici in cui lo stato finale è costituito da una coppia $\mathrm{e}^-\mathrm{e}^+$ o $\mu^-\mu^+$.

Questi criteri consentono di ottenere un campione di decadimenti $\mathrm{Z}^0 \to \tau^+\tau^-$ in cui almeno uno dei due τ decade in tre particelle cariche. Il fondo esterno residuo è dovuto, per esempio, alla coda inferiore nella distribuzione di molteplicità in eventi adronici o ad effetti di conversione del fotone nel rivelatore, in uno stato finale $\mathrm{e}^-\mathrm{e}^+\gamma$. La stima del fondo esterno e di effetti sistematici dovuti alla preselezione avviene utilizzando simulazioni Monte Carlo dedicate e viene descritto in dettaglio in questo capitolo.

5.1 Caratteristiche del segnale

In questo capitolo si intende per segnale un decadimento della Z^0 in una coppia di leptoni τ in cui almeno uno dei τ decade in tre particelle cariche. Si definiscono qui le principali caratteristiche di questo tipo di decadimento e le grandezze utilizzate per identificarlo.

Un leptone τ viene emesso nel decadimento della $\mathrm{Z}^0 \to \tau^-\tau^+$ con un'energia E di 45.6 GeV e questo fatto ha diverse conseguenze sul segnale osservabile nel rivelatore. Poiché la sua massa è pari a $m \approx 1.777\ GeV/c^2$ il valore di γ relativistico è piuttosto elevato $\gamma \equiv E/mc^2 \equiv (1-\beta^2)^{-1/2} \approx 26$. Essendo la vita media propria τ di circa 291 fs esso percorre in media un tratto pari a $l = \gamma\beta c\tau \approx 2.2$ mm dal centro di interazione. Inoltre, nel sistema del laboratorio i suoi prodotti di decadimento sono molto collimati, la componente trasversa dell'impulso è piccola rispetto alla componente longitudinale.

La coppia di leptoni $\tau^+\tau^-$ emessa nel decadimento della Z^0 sarà pertanto osservabile solo attraverso i suoi prodotti di decadimento che avranno l'aspetto di due *jets* collimati che definiscono naturalmente i due emisferi dell'evento.

Più precisamente l'individuazione degli emisferi avviene attraverso l'asse del *Thrust*:

$$T = \max_{\vec{n}} \left(\frac{\sum_i |\vec{p_i} \cdot \vec{n}|}{\sum_i |\vec{p_i}|} \right) \tag{5.1}$$

Il *Thrust* è tale che la somma normalizzata delle proiezioni degli impulsi delle particelle cariche lungo l'asse $\vec{n}$ risulti massimo. Un piano perpendicolare a tale asse e passante per il centro di interazione divide l'evento nei due emisferi.

La minima distanza angolare tra qualsiasi particella di un emisfero e qualsiasi altra dell'emisfero opposto definisce l'angolo di isolamento:

$$\theta_{iso} = \min_{ij} \left\{ \arccos \left(\frac{\vec{p_i} \cdot \vec{p_j}}{|\vec{p_i}||\vec{p_j}|} \right) \right\} \tag{5.2}$$

Il leptone τ decade prevalentemente in stati finali contenenti una sola particella carica $(84.96 \pm 0.14)\%$ o tre particelle cariche $(14.91 \pm 0.14)\%$ [8] denominati rispettivamente decadimenti ad uno e tre *prongs*. In realtà vi sono numerosi effetti che portano a ricostruire un numero diverso di tracce rispetto alla topologia originaria. Per esempio in un decadimento contenente π^0 nello stato finale la conversione di fotoni nel rivelatore può aumentare la molteplicità dell'emisfero. Viceversa due tracce particolarmente vicine in un decadimento a tre *prongs* possono essere ricostruite con difficoltà nel principale rivelatore tracciante. Questi aspetti verranno approfonditi in seguito trattando della migrazione di topologia 1$\rightarrow$3 *prongs* particolarmente importante per i canali studiati.

Un'ulteriore caratteristica del decadimento del τ consiste nella presenza, nello stato finale, di un neutrino ν_τ il quale non viene naturalmente rivelato. L'evento osservato risulta pertanto sbilanciato, avrà una certa acollinearità definita come il complementare dell'angolo tra i momenti risultanti nei due emisferi, $\vec{P}_1^{tot}$ e $\vec{P}_2^{tot}$:

$$\theta_{acol} = \pi - \left\{ \arccos \left(\frac{\vec{P}_1^{tot} \cdot \vec{P}_2^{tot}}{|\vec{P}_1^{tot}||\vec{P}_2^{tot}|} \right) \right\} \tag{5.3}$$

Entrambi gli emisferi avranno un momento ed un'energia ricostruita inferiore all'energia del fascio E_{beam}. Si utilizza la correlazione di momento ed energia mancante nei due emisferi definendo due variabili:

$$P_{rad} = \sqrt{p_1^2 + p_2^2}/\mathrm{E_{beam}} \tag{5.4}$$

$$E_{rad} = \sqrt{e_1^2 + e_2^2}/\mathrm{E_{beam}} \tag{5.5}$$

dove p_1 e p_2 sono i momenti delle tracce principali (quelle cioè con il massimo impulso) dei due emisferi mentre e_1 e e_2 sono le energie elettromagnetiche totali in un cono di semiapertura $30°$ attorno alle medesime tracce.

Altre grandezze utilizzate nella selezione più legate alle caratteristiche di particolari fondi così come i valori precisi utilizzati sono discussi nelle successive sezioni.

5.2 Caratteristiche del fondo

I seguenti processi costituiscono un potenziale fondo al segnale cercato:

$$\mathrm{e^-e^+} \rightarrow \mathrm{e^-e^+}X \tag{5.6}$$

$$\mathrm{e^-e^+} \rightarrow \mathrm{q\overline{q}} \tag{5.7}$$

$$\mathrm{e^-e^+} \rightarrow \mathrm{e^-e^+}(\gamma) \tag{5.8}$$

Il primo è un processo non risonante in cui lo stato finale è costituito da una coppia $\mathrm{e^-e^+}$ e da un sistema prodotto dall'interazione di due fotoni che può essere per esempio una coppia di leptoni τ oppure costituito dai prodotti di adronizzazione di una coppia di quarks. Il processo visibile in figura 5.1 può essere scambiato per un decadimento in τ nel caso in cui i due elettroni dello stato finale non siano rivelati. Tuttavia tale fondo è caratterizzato da una energia totale visibile molto piccola tipicamente minore di 5 GeV ed è completamente eliminabile.

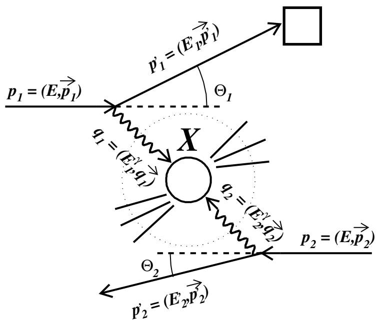


Figura 5.1: Cinematica del processo a due fotoni $\mathrm{e^-e^+} \rightarrow \mathrm{e^-e^+X}$

Una delle principali peculiarità del LEP quale laboratorio per lo studio del leptone τ consiste nella possibilità di sopprimere efficacemente il fondo adronico $\mathrm{e^-e^+} \rightarrow \mathrm{q\overline{q}}$. La caratteristica alta molteplicità carica media degli eventi $\mathrm{e^-e^+} \rightarrow \mathrm{q\overline{q}}$ $:< N_{ch} >= (20.99 \pm 0.14)$ [8] consente l'eliminazione della gran parte di questo fondo attraverso la richiesta di un numero minimo di particelle cariche.

Tuttavia il processo $\mathrm{e^-e^+} \rightarrow \mathrm{q\overline{q}}$ ha una sezione d'urto circa 62 volte superiore a quella in $\tau^-\tau^+$ e pertanto tale fondo risulta potenzialmente pericoloso. In particolare rimane possibile che entrambi i *quarks* adronizzino in stati finali a bassa molteplicità oppure che effetti del rivelatore, inefficienze o carenze di ermeticità intervengano a diminuire la molteplicità effettivamente rivelata. Per questa ragione si utilizzano altre caratteristiche dell' evento adronico quali la maggiore apertura angolare dei jet o, più efficacemente, l'angolo di isolamento già definito nella sezione 5.1.

Il processo $\mathrm{e^-e^+} \rightarrow \mathrm{e^-e^+}$ è generalmente caratterizzato da due particelle con impulsi opposti uno all'altro e una grande energia rilasciata nel calorimetro elettromagnetico prossima all'energia dei fasci ($\sqrt{s}/2$). L'eventuale presenza di un fotone di radiazione non rivelato nello stato finale, può tuttavia introdurre un'acollinearità e rendere un evento di questo tipo assai simile ad un evento $e^-e^+ \rightarrow \tau^-\tau^+$. La conversione nel rivelatore di un fotone irradiato può aggiungere una coppia e^+e^- all'emisfero simulando il decadimento di un τ in tre *prongs*. In questo caso almeno uno dei due emisferi conserva un momento od un'energia globale piuttosto grandi e le variabili P_{rad} ed E_{rad} definite nella sezione 5.1 assumono valori maggiori di uno.

5.3 Selezione del campione

Stabilite le caratteristiche generali del fondo atteso e del segnale si definisce una selezione avendo cura di controllare eventuali *bias* che possono venire introdotti tra i canali cercati. Lo scopo di questa operazione è quello di selezionare un campione costituito da decadimenti $Z^0 \rightarrow \tau^-\tau^+$ in cui almeno uno dei due τ decade in tre particelle cariche. Il campione dovrà essere il più possibile esente da:

- fondo esterno cioè decadimenti diversi da $Z^0 \rightarrow \tau^-\tau^+$ che per diverse ragioni vengono riconosciuti come eventi τ;
- fondo interno cioè decadimenti in cui viene generata una coppia τ ma l'emisfero ricostruito con tre *prongs* proviene in realtà da un decadimento con una sola particella carica.

5.3.1 Definizione delle variabili

In primo luogo si definisce una traccia come *buona*, in questo caso utile a stabilire la topologia di decadimento, se:

- la sua lunghezza è superiore a 10 cm;
- il suo momento è superiore a 500 MeV;
- la distanza estrapolata al vertice dista dal centro di interazione non più di 5 cm lungo la coordinata z e 5 cm radialmente.

Il decadimento viene accettato come candidato $\tau \rightarrow 3$ *prongs* se

- Il numero di tracce è complessivamente inferiore a 12;
- Il numero di tracce buone è compreso tra 4 e 7;
- La traccia principale dell'emisfero si trova ad un angolo polare compreso tra 20 e 160 gradi;
- L'energia totale dell'evento è maggiore di 8 GeV;
- Il massimo parametro di impatto è 4.5 cm lungo z e 1.5 cm in $r\phi$;
- Energia radiale $E_{rad} < 1.0$;
- Momento radiale $p_{rad} < 1.0$;

- Angolo di isolamento > 2.9 rad.

Questi criteri hanno lo scopo di ridurre principalmente il fondo esterno e quello interno da migrazione di topologia $1 \to 3$. Infine, quest'ultima causa di errore viene ulteriormente ridotta richiedendo un emisfero con esattamente tre tracce cariche.

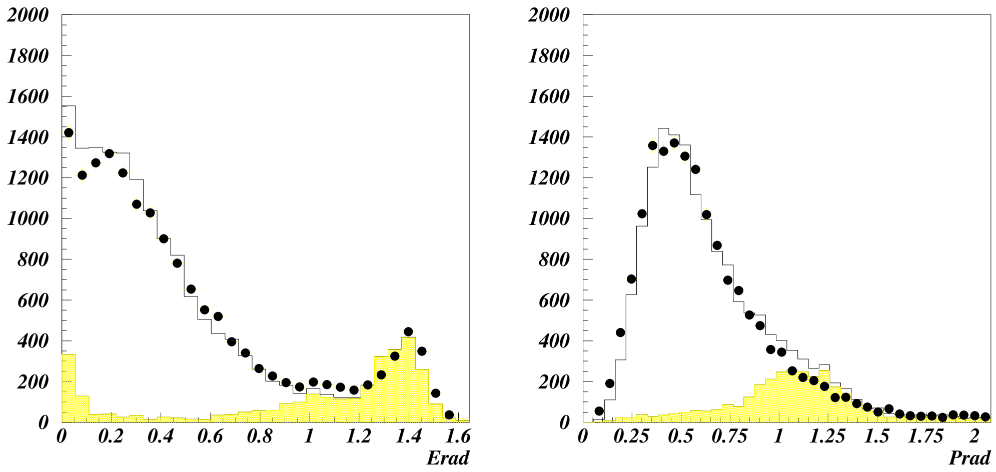
5.3.2 Effetti sistematici e fondo residuo

L'effetto della selezione sui diversi canali di decadimento viene studiato utilizzando una simulazione Monte Carlo e misurando l'efficienza di ogni richiesta sul segnale. In tabella 5.1 si riportano le principali variabili con l'efficienza della relativa richiesta sui diversi modi di decadimento.

Modo di decadimento	E_{rad} %	p_{rad} %	θ_{iso} %
e^-	0.991 ± 0.002	0.959 ± 0.004	0.965 ± 0.004
μ^-	0.9996 ± 0.0004	0.957 ± 0.004	0.964 ± 0.004
π^-	0.9989 ± 0.0008	0.892 ± 0.007	0.952 ± 0.005
$\rho(770)$	0.993 ± 0.001	0.940 ± 0.003	0.959 ± 0.003
$a_1(1260)$	0.9962 ± 0.0006	0.955 ± 0.002	0.965 ± 0.002
K^-	1 ± 0	0.89 ± 0.03	0.97 ± 0.02
$K^*(892)$	0.996 ± 0.004	0.91 ± 0.02	0.97 ± 0.01
$3\,\pi + \pi^0$	0.9963 ± 0.0009	0.962 ± 0.003	0.965 ± 0.003
$\pi^- + \pi^0$	0.986 ± 0.007	0.976 ± 0.009	0.979 ± 0.008
$3\,\pi + 2\,\pi^0$	0.998 ± 0.002	0.980 ± 0.007	0.978 ± 0.007
$5\,\pi$	0.95 ± 0.05	0.84 ± 0.08	1 ± 0
$5\,\pi + \pi^0$	1 ± 0	0.8 ± 0.2	0.8 ± 0.2
$3\,\pi + 3\,\pi^0$	1 ± 0	0.99 ± 0.01	0.96 ± 0.02
$\pi^- K^- K^+$	1 ± 0	0.92 ± 0.03	0.990 ± 0.009
$\pi^- K^0 \overline{K}^0$	1 ± 0	0.97 ± 0.03	1 ± 0
$\pi^0 K^0 K^-$	0.98 ± 0.02	0.93 ± 0.04	0.98 ± 0.02
$2\,\pi^0 K^-$	1 ± 0	0.87 ± 0.07	0.91 ± 0.06
$\pi^- \pi K^-$	0.997 ± 0.003	0.95 ± 0.01	0.95 ± 0.01
$\pi^- \pi^0 \overline{K}^0$	1 ± 0	0.96 ± 0.02	0.95 ± 0.02
$\pi^- \pi^0 \eta$	1 ± 0	0.97 ± 0.02	0.97 ± 0.02
$\pi^- \pi^0 \gamma$	0.97 ± 0.03	0.94 ± 0.04	1 ± 0
$K^- K^0$	1 ± 0	0.94 ± 0.03	0.99 ± 0.01

Tabella 5.1: Efficienze di selezione per le singole richieste su E_{rad}, p_{rad}, θ_{iso}. La normalizzazione è rispetto al totale di emisferi ricostruiti in tre *prongs* per ogni singolo modo di decadimento

In figura 5.2 si osservano le distribuzioni di energia e momento radiale definiti in eq.5.4 dopo aver applicato tutti i rimanenti tagli. Il fondo rimanente a questo livello è pertanto costituito in gran parte da eventi di tipo Bhabha che vengono ricostruiti con molteplicità più alta. La normalizzazione degli istogrammi avviene utilizzando parti dell'istogramma lontane dalla posizione del taglio che si deve applicare. Per esempio, con riferimento alla figura 5.2(a), la zona a valori di E_{rad} maggiori di 1.2 è costituita essenzialmente da solo fondo e viene utilizzata per normalizzare i Monte Carlo Bhabha. Questo tipo di fondo è presente in particolare nella regione a bassi angoli polari dove la sezione d'urto per il processo $\mathrm{e}^-\mathrm{e}^+ \to \mathrm{e}^-\mathrm{e}^+$ è più grande per la produzione in canale *t*. Inoltre un tracciamento più debole e la possibilità di conversione nel materiale dell'elettronica della TPC introducono un possibile effetto strumentale.



(a) (b)

Figura 5.2: Energia radiale (a) ed impulso (b). I punti sono i dati reali, la simulazione Monte Carlo per τ e fondo Bhabha sono rispettivamente gli istogrammi vuoto e puntinato

Applicando tutte le selezioni tranne quella sull'angolo di isolamento il fondo predominante è quello proveniente da eventi adronici a bassa molteplicità. Il fondo è stato normalizzato utilizzando valori di angolo di isolamento compresi tra 2.6 e 2.8 radianti.

Dopo le richieste contro il fondo esterno il solo contributo significativo residuo proviene da eventi adronici a bassa molteplicità e da $\mathrm{e}^-\mathrm{e}^+ \to \mathrm{e}^-\mathrm{e}^+(\gamma)$. La contaminazione di questi canali nel campione selezionato è riportata in tabella 5.2.

Fondo esterno	Contaminazione
$\mathrm{e}^-\mathrm{e}^+ \to \mathrm{q}\overline{\mathrm{q}}$	$(5.8 \pm 0.2)\%$
$\mathrm{e}^-\mathrm{e}^+ \to \mathrm{e}^-\mathrm{e}^+(\gamma)$	$(3.9 \pm 0.2)\%$

Tabella 5.2: Contaminazione del fondo esterno sul campione selezionato

Un ulteriore fondo al campione di τ in tre *prongs* consiste nel caso in cui viene ef-

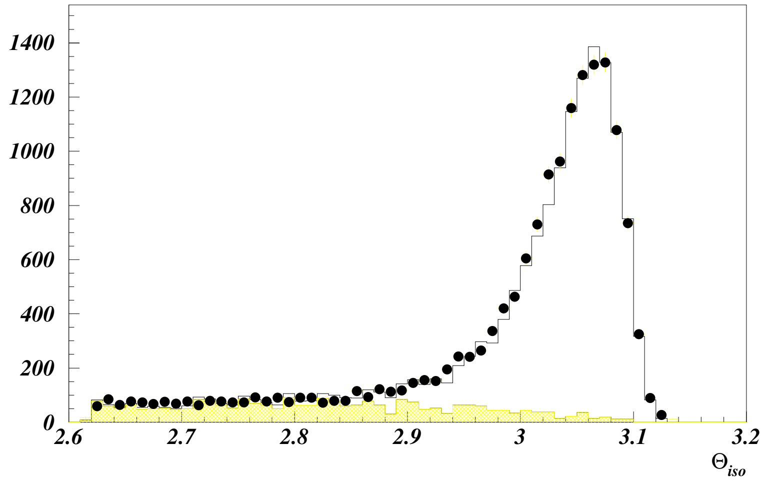


Figura 5.3: Angolo di isolamento per dati reali (punti) simulazione Monte Carlo per τ (istogramma vuoto) e per eventi adronici a bassa molteplicità (istogramma puntinato)

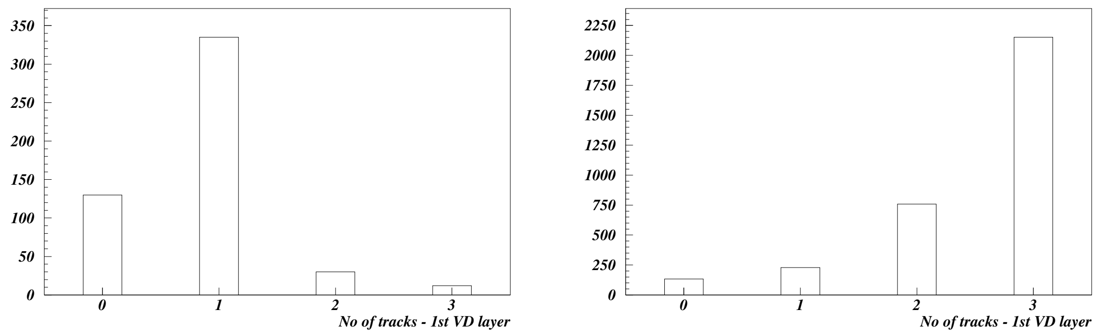
fettivamente prodotta una coppia di τ ma uno di questi decade in una particella carica e almeno un π^0. L'aumento di molteplicità carica è pertanto legata alla conversione di fotoni provenienti da π^0 nel materiale del rivelatore, in particolare nel primo dei tre strati del rivelatore di vertice. Quando una coppia $\mathrm{e^+e^-}$ proviene dalla conversione di un fotone questa viene identificata dal software PXPHOT [116] ed eliminata nella fase di preselezione. Tuttavia quando questa procedura non ha successo la coppia $\mathrm{e^+e^-}$ si aggiunge alla traccia carica simulando un decadimento in tre *prongs*. Questa migrazione di topologia è significativa in quanto come si vede in tabella 5.3 la frazione di decadimenti $\tau\to\ h\ \geq\ 1\ \pi^0$ è circa 2.5 volte maggiore di $\tau\to\ h\ h\ h\ \geq\ 0\ \pi^0$.

Modo di decadimento	Frazione Γ_i/Γ
$\tau\to\ h\ \geq\ 1\ \pi^0\nu_\tau$	$(36.97 \pm 0.18)\%$
$\tau\to\ h\ h\ h\ \geq\ 0\ \pi^0\nu_\tau$ (escl. $\mathrm{K^0_S}\to\pi\pi^-$)	$(14.36 \pm 0.14)\%$

Tabella 5.3: Frazione di decadimento di τ in 1 *prong* con $\geq\ 1\ \ \pi^0$ e 3 *prongs* $\geq\ 0\ \ \pi^0$

Una traccia proveniente da una conversione di un fotone nel silicio del primo dei tre strati del rivelatore di vertice possiede prevalentemente un segnale associato solo nei due strati esterni. Si studia questo effetto utilizzando una simulazione Monte Carlo in cui vengono ricostruite tre tracce ma il decadimento originario è a una particella carica. In tal caso una sola traccia presenta segnale nel primo strato (figura 5.4 (a)). Al contrario nel caso in cui tre particelle cariche sono generate dal τ almeno due o tutte e tre rilasciano segnale nel primo strato (figura 5.4 (b)).

In figura 5.5 è visibile il numero di tracce aventi segnale nel primo strato per Monte Carlo τ e dati reali, entrambi ricostruiti con almeno un emisfero a tre tracce. L'accor-



(a) (b)

Figura 5.4: Numero di tracce aventi segnale nel primo strato del rivelatore di vertice per decadimenti ricostruiti a 3 *prongs* con una (a) e tre (b) particelle cariche generate.

do con la simulazione non è perfetto, nei dati reali si osserva una migrazione dal terzo bin a quelli inferiori. Per questa ragione si preferisce evitare l'uso di questa variabile che potrebbe introdurre effetti sistematici indesiderati. Al contrario, si determinerà il fondo da migrazione $1 \rightarrow 3$ *prongs* utilizzando un campione Monte Carlo quattro volte superiore ai dati raccolti e si sottrarrà statisticamente dal segnale. Questa procedura e il conseguente errore sistematico sono descritti in dettaglio nel capitolo 6.

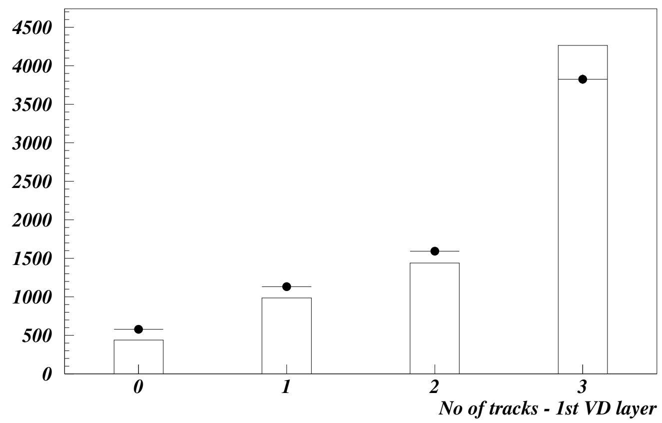


Figura 5.5: Numero di tracce aventi segnale nel primo strato del rivelatore di vertice per Monte Carlo τ (istogramma) e dati reali (punti) ricostruiti con tre *prongs*.

In tabella 5.4 si riportano le efficienze totali di tutte le richieste.

Modo di decadimento	Efficienza vs Fondo esterno %
e^-	0.952 ± 0.004
μ^-	0.957 ± 0.004
π^-	0.891 ± 0.007
$\rho(770)$	0.934 ± 0.004
$a_1(1260)$	0.951 ± 0.002
K^-	0.89 ± 0.03
$K^*(892)$	0.91 ± 0.02
$3\ \pi + \pi^0$	0.958 ± 0.003
$\pi^- + \pi^0$	0.97 ± 0.01
$3\ \pi + 2\ \pi^0$	0.978 ± 0.007
$5\ \pi$	0.84 ± 0.08
$5\ \pi + \pi^0$	0.8 ± 0.2
$3\ \pi + 3\ \pi^0$	0.99 ± 0.01
$\pi^- K^- K^+$	0.92 ± 0.03
$\pi^- K^0 \overline{K}^0$	0.97 ± 0.03
$\pi^0 K^0 K^-$	0.91 ± 0.04
$2\ \pi^0 K^-$	0.87 ± 0.07
$\pi^- \pi K^-$	0.95 ± 0.01
$\pi^- \pi^0 \overline{K}^0$	0.96 ± 0.02
$\pi^- \pi^0 \eta$	0.97 ± 0.02
$\pi^- \pi^0 \gamma$	0.90 ± 0.05
$K^- K^0$	0.94 ± 0.03

Tabella 5.4: Efficienze di selezione totale per ogni singolo canale prodotto. La normalizzazione è rispetto al totale di emisferi ricostruiti in tre *prongs*

Capitolo 6

Misura dei rapporti di decadimento $\tau\to \mathrm{K}\pi\pi \geq \mathbf{0}\ \pi^0\nu_\tau$ $\tau\to \mathrm{KK}\pi \geq \mathbf{0}\ \pi^0\nu_\tau$

6.1 Descrizione del metodo

Nel seguito si fa riferimento ad emisferi (cioè a decadimenti di un leptone τ) contenenti tre adroni carichi ed un numero non precisato di mesoni neutri non riportati per brevità di notazione.

Dopo aver selezionato un campione di eventi N_{hhh}:

$$\tau \to h\ h\ h\ \geq 0\,\pi^0$$

secondo la procedura descritta nel capitolo 5, si tratta di ricavare le tre componenti:

$$\tau \to \pi\ \pi\ \pi\ \geq 0\,\pi^0\nu_\tau$$
$$\tau \to \mathrm{K}\ \pi\ \pi\ \geq 0\,\pi^0\nu_\tau$$
$$\tau \to \mathrm{K}\ \mathrm{K}\ \pi\ \geq 0\,\pi^0\nu_\tau$$

La procedura si articola in quattro fasi:

1. identificazione di emisferi contenenti almeno un mesone K;
2. classificazione degli emisferi identificati come candidati $\mathrm{K}\pi\pi$, $\mathrm{KK}\pi$ o fondo dovuto a misidentificazione $\pi\to \mathrm{K}$;
3. stima del numero di emisferi di tipo $\pi\pi\pi$, $\mathrm{K}\pi\pi$ o $\mathrm{KK}\pi$ contenuti nel campione totale selezionato $h\,h\,h$;
4. calcolo dei rapporti di decadimento.

Nella prima fase si estrae un campione di possibili candidati $\tau\to \mathrm{K}\ \pi\ \pi\ \geq 0\pi^0\nu_\tau$ o $\tau\to \mathrm{K}\ \mathrm{K}\ \pi\ \geq 0\pi^0\nu_\tau$ che vengono quindi divisi in classi secondo l'identificazione delle altre due particelle e la loro carica.

Dato il numero di eventi nelle varie classi si risale al numero originario di decadimenti nei tre modi attraverso la soluzione del sistema lineare di equazioni descrivente il classificatore. Il sistema di equazioni viene risolto nel senso dei minimi quadrati utilizzando la *Singular Value Decomposition*, tecnica scelta per la sua particolare robustezza ed affidabilità della soluzione.

I rapporti di decadimento si calcolano misurando il rapporto relativo rispetto al totale inclusivo in tre adroni generici $h\ h\ h$. In questo modo si riducono gli errori sistematici dovuti alla preselezione e alla valutazione delle relative efficienze tramite simulazione Monte Carlo. Lo svantaggio del metodo consiste nel legare il risultato ad una misura esterna, in questo caso la media mondiale del rapporto inclusivo:

$$\begin{aligned} \tau \rightarrow\ h\, h\, h\ \geq\ 0\ \pi^0 \nu_\tau &= (14.36 \pm 0.14)\% \\ (escl.\mathrm{K^0_S} \rightarrow \pi\pi^-) & \end{aligned} \tag{6.1}$$

quantità, d'altra parte, misurata a livello dell'1%.

6.2 Identificazione di K

I mesoni K si identificano mediante l'algoritmo descritto nel quarto capitolo con un'efficienza $\epsilon_{\mathrm{K}\rightarrow\mathrm{K}}$ ed una misidentificazione $\epsilon_{\pi\rightarrow\mathrm{K}}$. La richiesta che l'emisfero contenga almeno un mesone identificato come K definisce un campione di eventi $\mathrm{K}\ h\, h$ correttamente selezionati e un certo numero di eventi $\pi\pi\pi$ in cui un π è stato misidentificato come K.

Procedendo con l'identificazione delle altre due particelle, si ottengono per esempio emisferi identificati come $\mathrm{K}\pi\pi$ provenienti da veri $\mathrm{K}\pi\pi$ oppure da $\pi\pi\pi$ con una misidentificazione o anche da veri $\mathrm{KK}\pi$ in cui solo uno dei due K è stato identificato. Sorge pertanto la necessità di considerare la completa migrazione tra le classi e di definire queste ultime in termini delle efficienze di identificazione e di misidentificazione.

A questo scopo risulta particolarmente efficace utilizzare, oltre all'eventuale identificazione di ulteriori K, anche la carica dei mesoni identificati. Nella classificazione si utilizza infatti esplicitamente l'ipotesi che i processi seguenti:

$$\tau^- \rightarrow \mathrm{K}^+\pi^-\pi^-\nu_\tau \tag{6.2}$$

$$\tau^- \rightarrow \mathrm{K}^-\mathrm{K}^-\pi^+\nu_\tau \tag{6.3}$$

non possano verificarsi, ovvero che la loro eventuale rivelazione sia imputabile ad una misidentificazione $\pi^\pm \rightarrow \mathrm{K}^\pm$ o $\mathrm{K}^\pm \rightarrow \pi^\pm$. Questo si traduce, in pratica, nel criterio per cui il mesone K in un decadimento $\mathrm{K}\pi\pi$ o il mesone π in un decadimento $\mathrm{KK}\pi$ devono avere la stessa carica del τ che decade.

In tabella 6.1 si riportano gli attuali limiti superiori ai rapporti di decadimento di questi due processi cosiddetti "non fisici". Si riporta inoltre il limite superiore per il processo $\tau^- \rightarrow \mathrm{K}^-\mathrm{K}^-\mathrm{K}^+\nu_\tau$, fisicamente possibile ma fortemente soppresso dallo spazio delle fasi[1].

[1] Non si effettua qui una misura di tali limiti superiori. Questa richiede infatti un'ottimizzazione dell'identificazione di K differente da quella appropriata alla misura di un rapporto di decadimento. I criteri di identificazione sono stati infatti scelti in modo da avere un'alta efficienza al costo di una misidentificazione non trascurabile. Un'analisi dedicata a cercare evidenza o porre un limite superiore al decadimento con tre K nello stato finale è tuttavia possibile e prevista come naturale continuazione di questo lavoro.

Processo		Limite superiore CL=95%
$\tau^- \rightarrow$	$\mathrm{K}^+\pi^-\pi^-\nu_\tau$	$< \ 2.5\ 10^{-3}$
$\tau^- \rightarrow$	$\mathrm{K}^-\mathrm{K}^-\pi\nu_\tau$	$< \ 9.0\ 10^{-4}$
$\tau^- \rightarrow$	$\mathrm{K}^-\mathrm{K}^-\mathrm{K}^+\nu_\tau$	$< \ 2.1\ 10^{-3}$

Tabella 6.1: Limiti superiori a modi di decadimento non considerati in questa analisi

Classe		Criterio
C_1		$P1_{like}$ and .not.$P2$ and .not.$P3$
C_2		$P1_{like}$ and ($P2_{like}$ or $P3_{like}$)
C_3		$P1_{like}$ and $P2_{unlike}$ and .not.$P3$
C_4		$P1_{unlike}$ and $P2_{like}$ and .not.$P3_{like}$
C_5		($P1_{unlike}$ and $P2_{like}$ and $P3_{like}$)
	.or.	($P1_{unlike}$ and .not.$P2_{like}$ and .not.$P3_{like}$)

Tabella 6.2: Classificazione di decadimenti in cui almeno una particella è identificata come K ($P1$). *like* (*unlike*) indica la stessa (opposta) carica della particella rispetto a quella del τ

6.3 Classificazione dei candidati

Gli emisferi contenenti almeno un mesone K sono divisi in cinque classi definite dall'identificazione degli altri adroni e dalla loro carica.

Nella tabella 6.2 si riportano i criteri con cui vengono costituite le classi.La lettera P indica identificazione positiva come K mentre il numero seguente è puramente convenzionale e riportato per chiarire il procedimento. Così $.not.P2$ indica che la seconda particella non è identificata come K. $P1$ indica sempre la prima particella con cui si è selezionato quell'emisfero, mentre i casi in cui $P2$ e $P3$ possono essere simmetricamente scambiati sono debitamente considerati nelle equazioni che descrivono la classificazione. Una particella è infine indicata come *like* (*unlike*) se ha lo stesso segno (o il segno opposto) rispetto al τ originario.

Per fare un esempio concreto, supponiamo che la particella 1 che seleziona l'emisfero abbia lo stesso segno del τ, $P1_{like}$ e che pure la seconda sia stata identificata positivamente come K, sia cioè $P2$. Facendo riferimento alla tabella 6.2, se anche questa ha lo stesso segno ($P2_{like}$) l'emisfero viene classificato immediatamente come C_2. Se $P2$ ha segno opposto si procede ad identificare la terza particella. Nel caso sia $.not.P3$ si classifica l'emisfero come C_3 in caso contrario si classifica come C_2. Si osservi in quest'ultimo caso la simmetria in C_2 tra $P3_{like}$ e $P2_{like}$.

Riferendosi al sistema di equazioni 6.4 il numero di emisferi classificati in ogni classe è rappresentato dai termini noti del sistema $b_1, \ldots, b_5$. Le incognite del sistema sono le tre componenti $\pi\pi\pi$, $\mathrm{K}\pi\pi$, $\mathrm{KK}\pi$ che contribuiscono ad ogni classe attraverso dei coefficienti f_{ij}. L'ultima equazione del sistema definisce la normalizzazione, N_{hhh} è il numero totale di emisferi a tre prongs.[2]

$$\begin{cases} N_{\pi\pi\pi} f_{11} & +N_{K\pi\pi} f_{12} & +N_{KK\pi} f_{13} & = b_1 \\ N_{\pi\pi\pi} f_{21} & +N_{K\pi\pi} f_{22} & +N_{KK\pi} f_{23} & = b_2 \\ N_{\pi\pi\pi} f_{31} & +N_{K\pi\pi} f_{32} & +N_{KK\pi} f_{33} & = b_3 \\ N_{\pi\pi\pi} f_{41} & +N_{K\pi\pi} f_{42} & +N_{KK\pi} f_{43} & = b_4 \\ N_{\pi\pi\pi} f_{51} & +N_{K\pi\pi} f_{52} & +N_{KK\pi} f_{53} & = b_5 \\ N_{\pi\pi\pi} & +N_{K\pi\pi} & +N_{KK\pi} & = N_{hhh} \equiv b_6 \end{cases} \tag{6.4}$$

I coefficienti f_{ij} dipendono dalla probabilità di misidentificazione $\epsilon_{\pi\to\mathrm{K}}$, dall'efficienza $\epsilon_{\mathrm{K}\to\mathrm{K}}$ e da termini combinatori.

Per esempio consideriamo la prima classe C_1, in cui la prima particella ha lo stessa carica del τ ed è identificata come K mentre le altre due non sono identificate come K. Il primo modo di decadimento, $\pi\pi\pi$, contribuirà tramite il coefficiente f_{11}:

$$f_{11} \equiv 2\epsilon_{\pi\to\mathrm{K}}(1-\epsilon_{\pi\to\mathrm{K}})^2 \tag{6.5}$$

in quanto un solo π è misidentificato con probabilità $\epsilon_{\pi\to\mathrm{K}}$ e due π non sono misidentificati con probabilità $(1-\epsilon_{\pi\to\mathrm{K}})$. Il secondo modo, $\mathrm{K}\pi\pi$, contribuisce a C_1 attraverso:

$$f_{12} \equiv \epsilon_{\mathrm{K}\to\mathrm{K}}(1-\epsilon_{\pi\to\mathrm{K}})^2 + \epsilon_{\pi\to\mathrm{K}}(1-\epsilon_{\pi\to\mathrm{K}})(1-\epsilon_{\mathrm{K}\to\mathrm{K}}) \tag{6.6}$$

Il terzo modo $\mathrm{KK}\pi$ attraverso:

$$f_{13} \equiv \epsilon_{\mathrm{K}\to\mathrm{K}}(1-\epsilon_{\mathrm{K}\to\mathrm{K}})(1-\epsilon_{\pi\to\mathrm{K}}) + \epsilon_{\pi\to\mathrm{K}}(1-\epsilon_{\mathrm{K}\to\mathrm{K}})^2 \tag{6.7}$$

In maniera analoga si determinano i coefficienti f_{ij} per le altre classi $C_2, \ldots, C_5$.

Con questa procedura si tiene conto di ogni migrazione tra le classi e nello stesso tempo si utilizza al massimo tutta l'informazione disponibile. Inoltre si tiene automaticamente conto dei vincoli fisici che la natura impone sulla carica del mesone K o π rispettivamente nei modi $\mathrm{K}\pi\pi$ e $\mathrm{KK}\pi$.

Scrivendo in forma matriciale il sistema di equazioni diventa:

$$\begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \\ f_{41} & f_{42} & f_{43} \\ f_{51} & f_{52} & f_{53} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_{\pi\pi\pi} \\ N_{\mathrm{K}\pi\pi} \\ N_{\mathrm{KK}\pi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{pmatrix} \tag{6.8}$$

In generale è vantaggioso utilizzare il più possibile i vincoli esterni in modo da ottenere un sistema di equazioni sovradeterminato. Il limite di questo approccio consiste nella

[2]Più precisamente è il numero totale di emisferi sottratti il fondo esterno e il fondo interno da migrazione $1 \to 3$ *prongs*. Tale sottrazione va evidentemente applicata anche sul segnale, cioè sul vettore $b_1, \ldots, b_5$. Torneremo su questo punto in seguito, per il momento supponiamo di aver già operato questa sottrazione, e di avere così un campione puro $\tau\to\ h\,h\,h$.

effettiva possibilità di risolvere il sistema di equazioni 6.4 nelle incognite $N_{\pi\pi\pi}$, $N_{\mathrm{K}\pi\pi}$, $N_{\mathrm{KK}\pi}$. Nell'applicazione pratica possono infatti sorgere due difficoltà.

La prima consiste nella qualità dell'informazione contenuta nel vettore $\mathbf{b}$. Ogni componente b_i è costituita da conteggi di un particolare tipo di evento, se il numero è piccolo, l'informazione è particolarmente soggetta a fluttuazioni di Poisson. In un certo senso significa che si è suddiviso troppo e diventa vantaggioso tornare indietro, mettere assieme due o più classi, in modo da aumentare la significatività statistica della classe. Questa eventualità va verificata nell'applicazione specifica in quanto dipende anche dalla statistica totale da classificare.

Il secondo problema è più generale e ha a che fare con la possibilità di trovare la soluzione nel senso dei minimi quadrati al sistema lineare 6.8. La tecnica d'eccellenza per trovare la soluzione ad un sistema sovradeterminato di equazioni lineari consiste nella *Singular Value Decomposition* [122]. Il suo unico svantaggio, irrilevante in questa applicazione, consiste in una minore velocità rispetto alla soluzione mediante altri metodi. In compenso possiede numerosi vantaggi, tra i quali la capacità di diagnosticare possibili problemi nel risolvere il sistema di equazioni e fornire quindi un *fit* alla soluzione più affidabile [121].

6.3.1 Singular Value Decomposition

Supponiamo di dover risolvere il seguente sistema di equazioni lineari algebriche:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b} \tag{6.9}$$

problema che si riduce, in generale, a trovare l'inversa $\mathbf{A}^{-1}$. In alcuni casi pratici, metodi ad eliminazione Gaussiana o di decomposizione in matrici triangolari (*Lower Upper*), pur essendo molto veloci, non forniscono risultati soddisfacenti in termini del residuo $|\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{b}|$. I metodi di *Singular Value Decomposition* (SVD) forniscono innanzitutto una chiara diagnosi del problema e consentono, in alcuni casi, di risolverlo.

I metodi di SVD sono basati sul seguente teorema di algebra lineare:

Ogni matrice $M \times N$ $\mathbf{A}$ in cui il numero di righe M è maggiore o uguale al numero di colonne N, può essere scritta come il prodotto di una matrice $\mathbf{U}$, una matrice diagonale $\mathbf{W}$ a elementi positivi o nulli e la trasposta di una matrice ortogonale $N \times N$ $\mathbf{V}$

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \cdot \begin{pmatrix} w_1 & & & & \\ & w_2 & & & \\ & & \cdots & & \\ & & \cdots & & \\ & & & & w_N \end{pmatrix} \cdot \mathbf{V}^T \tag{6.10}$$

Se la matrice $\mathbf{A}$ è quadrata, anche $\mathbf{U}$,$\mathbf{V}$ e $\mathbf{W}$ saranno quadrate. Le inverse sono facili da calcolare: $\mathbf{U}$ e $\mathbf{V}$ sono ortogonali quindi le loro inverse coincidono con le trasposte; $\mathbf{W}$ è diagonale così l'inversa è la matrice diagonale i cui elementi sono i reciproci degli elementi w_j. Dalla equazione 6.10 segue quindi l'inversa di $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{V} \cdot [diag\ (1/w_j)] \cdot \mathbf{U}^T \tag{6.11}$$

In pratica SVD decompone la matrice $\mathbf{A}$ come in 6.10 e la soluzione si calcola come:

$$\mathbf{x} = \mathbf{V} \cdot [diag\ (1/w_j)] \cdot \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{b} \tag{6.12}$$

Questa tecnica si rivela anche particolarmente utile quando il numero di equazioni è superiore al numero di incognite per cui la soluzione va cercata nel senso dei minimi quadrati oppure quando la matrice $\mathbf{A}$ è analiticamente (o numericamente) singolare.

Può infatti accadere che uno dei w_j sia zero o numericamente molto piccolo tale da essere dominato da errori di arrotondamento. Nel caso uno degli autovalori sia analiticamente nullo cioè nel caso $\mathbf{A}$ sia singolare e il vettore $\mathbf{b}$ sia non nullo esistono infinite soluzioni alla 6.9. In questo caso è possibile usare SVD per scegliere la particolare soluzione di lunghezza minima $|\mathbf{x}|^2$. È sufficiente in questo caso sostituire zero a $1/w_j$ se w_j=0 e applicare la 6.12.

Un caso molto comune è quello in cui uno dei w_j è molto piccolo anche se analiticamente non nullo. In questo caso la soluzione diretta mediante metodi di decomposizione LU o eliminazione Gaussiana possono effettivamente trovare una soluzione formale (nel senso che non si incontra nessuna pivotazione nulla) ma la soluzione può avere grandi componenti la cui cancellazione algebrica, quando si moltiplica per la matrice $\mathbf{A}$, fornisce un'approssimazione piuttosto scarsa del vettore $\mathbf{b}$.

In tal caso la soluzione che si ottiene usando la 6.12 avendo messo a zero $1/w_j$ quando w_j è piccolo è molto migliore in termini di minore residuo $|\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{b}|$. Annullare un'autovalore equivale, in questo caso, a scartare quella combinazione di equazioni che, per problemi di arrotondamento, è al meglio inutile o molto probabilmente dannosa al fine di trovare la migliore soluzione al sistema di equazioni.

Quando il numero di equazioni è superiore al numero di incognite il sistema è sovradeterminato e la soluzione va cercata nel senso dei minimi quadrati. In generale $\mathbf{W}$ sarà non singolare e non ci sarà bisogno di porre a zero alcun w_j. Tuttavia può essere utile verificare se qualcuno dei w_j assume un valore particolarmente piccolo. Le corrispondenti colonne in $\mathbf{V}$ sono infatti combinazioni lineari delle $\mathbf{x}$ insensibili ai dati di input. C'è' una certa ironia matematica nel fatto che problemi ai minimi quadrati possano essere allo stesso tempo sovradeterminati (il numero di punti è superiore al numero di parametri da determinare) e sottodeterminati (esistano combinazioni ambigue di parametri). Quando una certa combinazione delle funzioni di base sono irrilevanti al fit, tale combinazione viene posta da SVD ad un valore piccolo e innocuo, piuttosto che spinto a valori molto elevati che si cancellano in modo instabile.

Riassumendo, SVD fornisce alcuni strumenti molto efficaci per diagnosticare la possibile patologia (*ill-conditioning*) di un sistema di equazioni lineari o dell'inversione di una matrice. Tuttavia va utilizzato in modo critico, verificando se alcuni autovalori richiedano l'annullamento, in modo da eliminare la patologia. L'algoritmo di SVD esiste già implementato in molte librerie e non occorre riscriverlo. Attualmente è disponibile come sorgente nella *CERN Program Library* [120], nel software allegato alle *Numerical Recipes*[119] e nel package *Mathematica* [118]. In questo lavoro si è utilizzata, per comodità, la versione interattiva di *Mathematica*.

6.3.2 Controllo mediante *Toy Monte Carlo*

Il metodo completo, cioè la classificazione e la soluzione del sistema di equazioni mediante SVD subisce un primo controllo mediante un *Toy Monte Carlo*.

Si generano eventi costituiti da tre particelle fittizie, caratterizzate da una certa probabilità di misidentificazione nel caso dei π o di identificazione nel caso dei K e da una carica in modo consistente con la carica del τ fittizio da cui prendono origine. In pratica si decide di generare un certo decadimento, per esempio $\tau^- \to \pi^-\pi^-\pi^+$, e si associano ad ogni particella la rispettiva carica e la probabilità di essere misidentificata come K.

Quindi si utilizza un generatore di numeri casuali per identificare o meno, secondo la probabilità associata, ogni singola particella. Gli eventi contenenti almeno un K identificato passano attraverso il classificatore fornendo pertanto un vettore $\mathbf{b}$ mediante il quale si risale, tramite la soluzione del sistema lineare, al numero di decadimenti originario.

Lo scopo è quello di isolare completamente la procedura da perturbazioni esterne, per verificare innanzitutto la correttezza delle equazioni, e in generale la stabilità della soluzione finale. In questo modo, inoltre, sono esattamente note per definizione le probabilità di identificazione che determinano il classificatore, così come i numeri di decadimenti originari.

Si producono 10000 campioni indipendenti ognuno costituito da:

Modo	Numero eventi MC
$\pi\pi\pi$	8000
$\mathrm{K}\pi\pi$	250
$\mathrm{KK}\pi$	150

Il numero di eventi corrisponde all'ordine di grandezza dei decadimenti originari che ci si attende nei dati del 1994; i valori di misidentificazione ed efficienza simulati sono rispettivamente 0.01 e 0.5, anche questi valori tipici. In tabella 6.3 si riportano, per ognuna delle cinque classi, il valore teorico che si ottiene per sostituzione diretta nel sistema di equazioni 6.13:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \\ f_{41} & f_{42} & f_{43} \\ f_{51} & f_{52} & f_{53} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_{\pi\pi\pi} \\ N_{\mathrm{K}\pi\pi} \\ N_{\mathrm{KK}\pi} \end{pmatrix} \tag{6.13}$$

Si osserva, in particolare, un valor medio atteso di eventi piuttosto basso nella classe 3 il che rende il relativo dato di input, cioè b_3, soggetto a forti fluttuazioni. Nella seconda colonna della tabella 6.3 è riportato il valor medio del numero di eventi, per ogni classe, che si ottiene nel classificatore. L'errore è ottenuto da un fit gaussiano alle distribuzioni in figura 6.1.

Nelle seconde due colonne della tabella 6.3 si controlla la consistenza delle equazioni con il simulatore ed il classificatore. Qui il numero di campioni indipendenti è 1000.

Per ogni campione si generano 20000 eventi nel modo $\pi\pi\pi$, 20000 nel modo $\mathrm{K}\pi\pi$ e 20000 nel modo $\pi\pi\pi$. Dai risultati riportati si conclude che le equazioni descriventi il classificatore sono corrette.

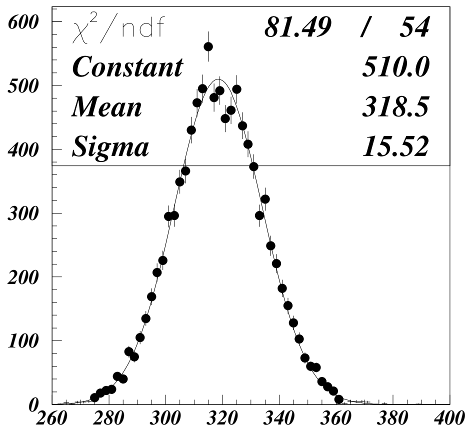
Classi	Theor	M C	Theor	M C
C_1	318.1	319 ± 16	15292	15290 ± 86
C_2	26.3	27 ± 5	3384.8	3388 ± 54
C_3	2.67	3 ± 2	184.99	186 ± 13
C_4	14.03	14 ± 4	1719.14	1720 ± 39
C_5	116.9	117 ± 10	5262.0	5258 ± 63

Tabella 6.3: Valor medio (Theor) ed effettivamente riscontrato nel classificatore per un numero di eventi realistico (prime due colonne) e per una statistica elevata

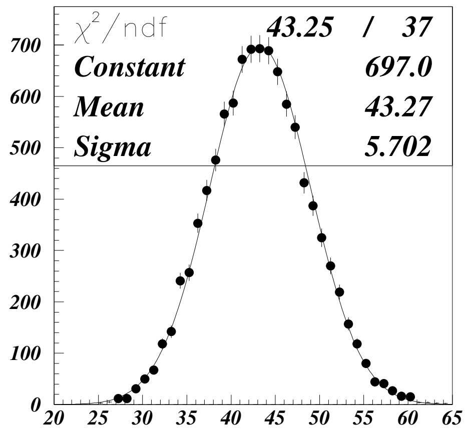
Data la scarsa significatività statistica che ci si attende nella classe 3 si sceglie di riunire le attuali classi 2,3 e 4 in una sola classe che si chiamerà d'ora in poi classe C_{2-4}. Le distribuzioni del numero di eventi ottenuto in ognuna delle tre classi è mostrato in figura 6.1. Le risoluzioni che si ottengono con la classificazione si ricavano dal fit Gaussiano delle curve in figura 6.1 e vengono riportate in tabella 6.4.

Classi	Theor	M C	$s/\overline{X}$
C_1	318.1	319 ± 16	0.0502
C_{2-4}	43.0	43 ± 6	0.134
C_5	116.9	117 ± 10	0.0855

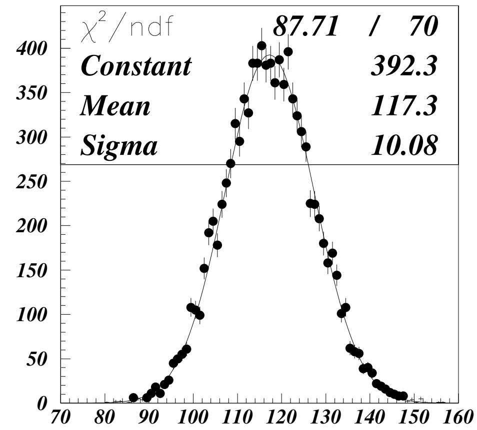
Tabella 6.4: Valor medio atteso (Theor) ed effettivamente riscontrato nel classificatore dopo la riduzione delle classi 2-4. Il coefficiente di variazione $s/\overline{X}$ indica la tipica significatività statistica della classe.



(a)



(b)



(c)

Figura 6.1: Numero di eventi nelle classi (a) 1, (b) 2-4 e (c) 5

6.4 Calcolo dei rapporti di decadimento

6.4.1 Procedimento

Tramite la classificazione descritta nella sezione precedente si ottiene un vettore di numeri che rappresenta il numero di decadimenti classificati in ogni classe sulla base dell'identificazione di massa e la carica delle tre particelle. Prima di procedere alla soluzione del sistema di equazioni, si sottrae statisticamente il fondo dal vettore classificato e dalla normalizzazione. Una volta effettuata questa sottrazione, il vettore dei termini noti del sistema è così costituito:

$$\mathbf{b} \equiv \begin{cases} b_1 & \text{Num. eventi classificati nella classe } C_1 \\ b_2 & \text{Num. eventi classificati nelle classi } C_{2-4} \\ b_3 & \text{Num. eventi classificati nella classe } C_5 \\ b_4 & \text{Num. totale di eventi a 3 prongs} \equiv N_{hhh} \end{cases} \tag{6.14}$$

La matrice $\mathbf{A}$ del sistema di equazioni viene decomposta mediante SVD nelle tre matrici $\mathbf{U}$,$\mathbf{W}$,$\mathbf{V}$:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \cdot \begin{pmatrix} w_1 & & & \\ & w_2 & & \\ & & w_3 & \\ & & & w_4 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{V}^T \tag{6.15}$$

il vettore cercato $\mathbf{x} \equiv (N_{\pi\pi\pi}, N_{\mathrm{K}\pi\pi}, N_{\mathrm{KK}\pi})$ si ricava pertanto come:

$$\mathbf{x} = \mathbf{V} \cdot [diag\,(1/w_j)] \cdot \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{b} \tag{6.16}$$

Si osservi che, in questo caso, l'operazione di moltiplicare per la inversa della matrice di risposta **A** equivale all'usuale divisione del numero di eventi ottenuto per l'efficienza. L'utilizzo della matrice consente tuttavia di tenere conto correttamente delle migrazioni tra le classi. La *Singular Value Decomposition* è stata quindi scelta come una tecnica particolarmente robusta ed affidabile per invertire la matrice di risposta.

Una volta stimato il numero di eventi di segnale di un certo tipo, per esempio $N_{\mathrm{K}\pi\pi}$, si calcola il rapporto:

$$f_{\mathrm{K}\pi\pi} = \frac{N_{\mathrm{K}\pi\pi}}{N_{hhh}} \tag{6.17}$$

il rapporto di decadimento $BR\,(\tau \to \mathrm{K}\;\pi\;\pi\;\geq 0\,\pi^0)$ viene quindi riferito a quello inclusivo $BR\,(\tau \to h\;h\;h\;\geq 0\,\pi^0)$:

$$BR\left(\tau \to \mathrm{K}\;\pi\;\pi\;\geq 0\,\pi^0\right) = f_{\mathrm{K}\pi\pi} BR\left(\tau \to h\;h\;h\;\geq 0\,\pi^0\right) \tag{6.18}$$

Lo stesso procedimento si applica al canale di decadimento $\tau \to \mathrm{K}\;\mathrm{K}\;\pi\;\geq 0\,\pi^0$ per la determinazione del BR $(\tau \to \mathrm{K}\;\mathrm{K}\;\pi\;\geq 0\,\pi^0\nu_\tau)$.

6.4.2 Controllo sulla simulazione completa

Si applica l'intera analisi ad una simulazione Monte Carlo di eventi $\mathrm{Z}^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$ misurando i rapporti di decadimento $BR\,(\tau \rightarrow \mathrm{K}\;\pi\;\pi\;\geq 0\,\pi^0\nu_\tau)$ e $BR\,(\tau \rightarrow \mathrm{K}\;\pi\;\pi\;\geq 0\,\pi^0\nu_\tau)$. I valori ottenuti verranno quindi confrontati con il valore *vero* simulato da KORALZ [117] nel Monte Carlo.

Si utilizzano quattro campioni indipendenti, ognuno costituito da un numero di eventi pari a quello ottenuto da DELPHI nel 1994. Si procede alla selezione di candidati τ in tre *prongs* e su questi si procede all'identificazione di adroni per selezionare un campione di decadimenti contenenti almeno un mesone K. Tale campione viene quindi classificato secondo i criteri descritti nelle sezioni precedenti, ottenendo pertanto il vettore $\mathbf{b}$ riportato nella tabella 6.5 alla riga *Total*.

Tale campione contiene tuttavia una piccola componente proveniente da decadimenti del τ in una particella carica (e π^0) che va sottratta. Si ripete cioè lo stesso procedimento, selezionando i soli eventi provenienti da decadimenti ad un *prong* e generando quindi un vettore $\mathbf{b}$ di solo fondo. Si sottrae quest'ultimo dal totale, ottenendo il vettore $\mathbf{b}$ di segnale.

Campione		b_1	b_2	b_3	b_4
1	Total	309	20	120	8999
	Bkg 1 prong	17	0	5	315
	Signal	292	20	115	8684
2	Total	315	21	105	8839
	Bkg 1 prong	30	0	5	338
	Signal	285	21	100	8501
3	Total	294	17	109	8748
	Bkg 1 prong	11	1	3	309
	Signal	283	16	106	8439
4	Total	312	30	101	9192
	Bkg 1 prong	18	1	2	294
	Signal	294	29	99	8898

Tabella 6.5: Classificazione in quattro campioni Monte Carlo $\mathrm{Z}^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$

Si decompone la matrice $\mathbf{A}$ di efficienza mediante SVD ottenendo la forma esplicita in eq.6.15 per le matrici $\mathbf{U}$, $\mathbf{W}$ e $\mathbf{V}$[3].

Applicando infine la 6.16 ai vettori $\mathbf{b}$ di segnale si ottengono i numeri di eventi originari per i tre modi di decadimento. Questi sono riportati nella prima colonna in tabella 6.6 per i quattro campioni di Monte Carlo.

[3] Il dettaglio di questa operazione e le matrici risultanti sono riportate in Appendice A

Campione	Modo	N	N/N_{hhh}	BR
1	$\pi\pi\pi$	8414 ± 35	0.969 ± 0.004	0.1433 ± 0.0006
	$\mathrm{K}\pi\pi$	191 ± 35	0.022 ± 0.004	0.0033 ± 0.0006
	$\mathrm{KK}\pi$	79 ± 22	0.009 ± 0.003	0.0014 ± 0.0004
2	$\pi\pi\pi$	8249 ± 31	0.970 ± 0.004	0.1435 ± 0.0005
	$\mathrm{K}\pi\pi$	197 ± 31	0.023 ± 0.004	0.0034 ± 0.0005
	$\mathrm{KK}\pi$	55 ± 19	0.006 ± 0.002	0.0010 ± 0.0003
3	$\pi\pi\pi$	8186 ± 32	0.970 ± 0.004	0.1435 ± 0.0006
	$\mathrm{K}\pi\pi$	192 ± 32	0.023 ± 0.004	0.0034 ± 0.0006
	$\mathrm{KK}\pi$	60 ± 19	0.007 ± 0.002	0.0011 ± 0.0003
4	$\pi\pi\pi$	8642 ± 32	0.971 ± 0.004	0.1436 ± 0.0005
	$\mathrm{K}\pi\pi$	196 ± 32	0.022 ± 0.004	0.0033 ± 0.0005
	$\mathrm{KK}\pi$	60 ± 19	0.007 ± 0.002	0.0010 ± 0.0003

Tabella 6.6: Classificazione in quattro campioni Monte Carlo $\mathrm{Z}^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$

l'errore statistico sulla classificazione $\mathbf{b}$ viene propagato sul risultato finale in tabella 6.6. Si calcola pertanto il rapporto tra i numeri ottenuti e il numero totale di decadimenti in tre *prongs* N_{hhh}. L'ultima colonna della tabella fornisce infine il risultato del rapporto di decadimento misurato secondo l'analisi completa, in cui gli errori sono solo statistici. Tali risultati vanno confrontati con i valori veri, simulati da KORALZ, riportati in tabella 6.7.

Modo	BR sim
$\pi\pi\pi$	0.1432
$\mathrm{K}\pi\pi$	0.0034
$\mathrm{KK}\pi$	0.0013
h h h	0.1479

Tabella 6.7: Rapporti di decadimento simulati nel Monte Carlo

6.4.3 Risultati

Si ripete la procedura descritta in 6.4.2 sulla statistica raccolta dall'esperimento e si ottengono, quindi, i valori misurati dei rapporti di decadimento. In questo caso si deve sottrarre, oltre al fondo interno proveniente da decadimenti $\tau \rightarrow$ *1 prong*, anche il fondo esterno costituito da eventi adronici ($\mathrm{q\overline{q}}$) a bassa molteplicità e $\mathrm{e^-e^+}(\gamma)$.

Si considerano dapprima i dati raccolti nel 1994 in quanto costituiscono, da soli, più del 50 $\%$ della statistica totale. In tabella 6.8 si riportano le classificazioni sui dati reali raccolti nel 1994 per la zona *Barrel* e la zona *Forward* del rivelatore. Le due zone vengono trattate separatamente in quanto molto diverse sia dal punto di vista dei rivelatori presenti che del fondo fisico rilevante.

1994		b_1	b_2	b_3	b_4
Barrel	Total	341	17	157	8854
	Bkg 1 prong	21	0	5	311
	Bkg $\mathrm{q}\overline{\mathrm{q}}$	6	0	3	68
	Bkg $\mathrm{e}^-\mathrm{e}^+(\gamma)$	0	0	0	5
	Signal	314	17	149	8470
Forward	Total	24	1	8	1574
	Bkg 1 prong	3	0	0	189
	Bkg $\mathrm{q}\overline{\mathrm{q}}$	0	0	0	21
	Bkg $\mathrm{e}^-\mathrm{e}^+(\gamma)$	0	0	0	22
	Signal	21	1	8	1364

Tabella 6.8: Classificazione nei dati reali raccolti nel 1994

1994	Modo	N	N/N_{hhh}	BR
Barrel	$\pi\pi\pi$	8109 ± 37	0.9574 ± 0.0044	0.1375 ± 0.0006
	$\mathrm{K}\pi\pi$	213 ± 37	0.0251 ± 0.0044	0.0036 ± 0.0006
	$\mathrm{KK}\pi$	149 ± 27	0.0176 ± 0.0032	0.0025 ± 0.0005
Forward	$\pi\pi\pi$	1303 ± 20	0.9553 ± 0.0147	0.1372 ± 0.0021
	$\mathrm{K}\pi\pi$	28 ± 20	0.0205 ± 0.0147	0.0029 ± 0.0021
	$\mathrm{KK}\pi$	11 ± 14	0.0081 ± 0.0103	0.0012 ± 0.0015

Tabella 6.9: Rapporti di decadimento misurati sui dati raccolti nel 1994

La media pesata dei risultati ottenuti nel 1994 viene riportata in tabella 6.12.

La classificazione dei candidati ottenuti nei dati raccolti nel 1993 e nel 1995 (solo Barrel) sono riassunte in tabella 6.10 e in tabella 6.11 le determinazioni dei rapporti di decadimento:

Si riassumono quindi in tabella 6.12 per ogni modo di decadimento le diverse determinazioni:

		b_1	b_2	b_3	b_4
1993	Total	121	15	52	4424
	Bkg 1 prong	6	0	2	159
	Bkg $\mathrm{q\overline{q}}$	2	0	1	35
	Bkg $\mathrm{e^-e^+}(\gamma)$	0	0	0	2
	Signal	113	15	49	4228
1995	Total	136	14	66	4106
	Bkg 1 prong	3	1	1	102
	Bkg $\mathrm{q\overline{q}}$	3	0	1	32
	Bkg $\mathrm{e^-e^+}(\gamma)$	0	0	0	22
	Signal	130	13	64	3970

Tabella 6.10: Classificazione nei dati reali raccolti nel 1993 e 1995

	Modo	N	N/N_{hhh}	BR
1993	$\pi\pi\pi$	4082 ± 24	0.9655 ± 0.0057	0.1386 ± 0.0008
	$\mathrm{K}\pi\pi$	84 ± 24	0.0199 ± 0.0057	0.0029 ± 0.0008
	$\mathrm{KK}\pi$	62 ± 17	0.0147 ± 0.0040	0.0021 ± 0.0006
1995	$\pi\pi\pi$	3791 ± 21	0.9549 ± 0.0055	0.1371 ± 0.0008
	$\mathrm{K}\pi\pi$	92 ± 26	0.0232 ± 0.0065	0.0033 ± 0.0009
	$\mathrm{KK}\pi$	87 ± 24	0.0219 ± 0.0060	0.0031 ± 0.0009

Tabella 6.11: Rapporti di decadimento misurati sui dati raccolti nel 1993 e 1995

6.5 Errori sistematici

In questa sezione si studia l'errore sistematico apportato sul risultato finale dalle seguenti cause:

- preselezione
- sottrazione del fondo
- efficienza di identificazione
- normalizzazione

Questi verranno infine sommati quadraticamente e considerati completamente correlati tra i vari anni.

Anno	$\pi\pi\pi$	$\mathrm{K}\pi\pi$	$\mathrm{KK}\pi$
1993	0.1386 ± 0.0008	0.0029 ± 0.0008	0021 ± 0.0006
1994	0.1375 ± 0.0006	0.0035 ± 0.0006	0024 ± 0.0005
1995	0.1371 ± 0.0008	0.0033 ± 0.0009	0.0031 ± 0.0009
Average	0.1377 ± 0.0004	0.0033 ± 0.0004	0.0024 ± 0.0004

Tabella 6.12: Rapporti di decadimento misurati sull'intera statistica. Gli errori sono solo statistici

Come già discusso, la preselezione degli eventi è stata effettuata con criteri relativamente poco severi, in modo da evitare di introdurre possibili *bias* tra i diversi canali. Più precisamente i criteri di selezione sono stati posti in modo da avere pochissimi eventi di fondo nel campione finale ma non necessariamente zero. Infatti, da un lato è opportuno che il numero di eventi di fondo sia mantenuto molto piccolo rispetto al segnale, in modo che le correzioni siano limitate e di conseguenza anche l'errore su queste. Tuttavia un numero nullo di eventi di fondo potrebbe indicare la scelta di una selezione inutilmente severa, che ridurrebbe soltanto la statistica utile senza apportare alcun beneficio.

Stabilito questo criterio generale, osserviamo che l'unico fondo esterno di qualche importanza nel campione finale è quello costituito da eventi adronici che, come discusso nel capitolo 5, viene controllato dall'angolo di isolamento θ_{iso}. Una variazione del 10% nel criterio su questa variabile ha l'effetto riassunto in tabella 6.13.

1994		b_1	b_2	b_3	b_4
Barrel	Total	329	16	151	8635
	Bkg 1 prong	21	0	5	311
	Bkg $\mathrm{q\overline{q}}$	6	0	3	60
	Bkg $\mathrm{e^-e^+}(\gamma)$	0	0	0	5
	Signal	308	16	143	8259

Tabella 6.13: Effetto sistematico sulla classificazione da $\Delta\theta_{iso}$

Si osserva una riduzione della statistica sia sul segnale che nella normalizzazione. Tuttavia, l'effetto sul risultato è estremamente ridotto nel rapporto N/N_{hhh}.

Il fondo da sottrarre viene determinato utilizzando dei campioni Monte Carlo di eventi $\tau^-\tau^+$ e $\mathrm{q\overline{q}}$, con una statistica quattro volte superiore a quella raccolta nei dati reali. Variando il fondo da sottrarre di $\pm 1\sigma$ rispetto al valore atteso si osserva l'effetto, per ogni classe, sul risultato finale. I contributi dovuti ad ogni classe vengono sommati quadraticamente ed il risultato, per i due fondi $\mathrm{q\overline{q}}$ e 1 *prong* sono riportati in tabella 6.14

Errore sistematico	$\pi\pi\pi$ 10^{-3}	$\mathrm{K}\pi\pi$ 10^{-3}	$\mathrm{KK}\pi$ 10^{-3}
Bkg 1 prong	0.10	0.12	0.10
Bkg $\mathrm{q\overline{q}}$	0.05	0.07	0.0
Total	0.11	0.14	0.10

Tabella 6.14: Errori sistematici dovuti alla sottrazione del fondo

L'efficienza di identificazione determina la matrice con cui si risale al numero di eventi originario, partendo dalla classificazione. Provando l'intero procedimento sulla simulazione Monte Carlo si è visto che il rapporto di decadimento ottenuto è in accordo con quello vero, simulato da KORALZ. Tuttavia, è possibile che, nei dati reali, la dipendenza dall'impulso dell'efficienza sia diversa da quella misurata nel Monte Carlo.

In figura 6.2 è riportato lo spettro in impulso dei candidati K nei dati reali e in un campione normalizzato di Monte Carlo. Si osserva che lo spettro di impulso è compatibile; il test di Kolmogorov quantifica la similitudine con una probabilità del 99.6 $\%$. Inoltre, l'85 $\%$ dei candidati ha un impulso inferiore a 20 GeV, dove l'efficienza d'identificazione è relativamente piatta. Tuttavia, poiché non si ha un campione puro nei dati reali su cui valutare direttamente tale efficienza ad impulsi elevati, si ritiene prudente stimare l'effetto sul risultato finale di una variazione pari a $\pm$ 5 $\%$. Questo errore rappresenta, in modo probabilmente conservativo, l'incertezza sulla matrice che utilizziamo per risolvere il sistema di equazioni e costituisce quindi un importante contributo sistematico alla misura. Si riporta questo errore in tabella 6.15 alla riga *Identificazione*.

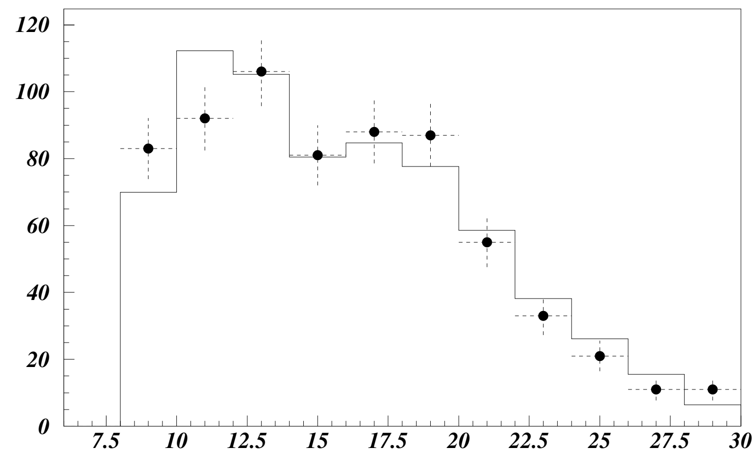


Figura 6.2: Distribuzione in impulso dei candidati identificati come Kper i dati reali (punti) sovrapposti alla simulazione Monte Carlo normalizzata

Un ultimo contributo, rilevante per il solo canale $\pi\pi\pi$, è costituito dall'errore sulla media mondiale che utilizziamo per normalizzare la misura (eq. 6.1).

Errore sistematico	$\pi\pi\pi$ 10^{-3}	$\mathrm{K}\pi\pi$ 10^{-3}	$\mathrm{KK}\pi$ 10^{-3}
Preselezione	0	0.10	0.10
Sottr.fondo	0.11	0.14	0.10
Identificazione	0.30	0.07	0.22
Normalizzazione	1.30	0.04	0.02
Totale	1.34	0.19	0.26

Tabella 6.15: Tabella riassuntiva degli errori sistematici

6.6 Discussione dei risultati

I risultati finali sono riportati in tabella 6.16 in cui il primo errore è statistico e il secondo sistematico.

Modo	Rapporto di decadimento %
$\pi\pi\pi \geq 0\ \pi^0\nu_\tau$	13.77 ± 0.04 ± 0.13
$\mathrm{K}\pi\pi \geq 0\ \pi^0\nu_\tau$	0.33 ± 0.04 ± 0.02
$\mathrm{KK}\pi \geq 0\ \pi^0\nu_\tau$	0.24 ± 0.04 ± 0.03

Tabella 6.16: Rapporti di decadimento misurati

Come sottoprodotto dell'analisi si è ottenuta la misura del rapporto di decadimento $\tau \rightarrow \pi\pi\pi \geq 0\,\pi^0$. Questo è dominato dall'errore dovuto alla media mondiale sul rapporto inclusivo $\tau \rightarrow hhh \geq \pi^0$ che si è utilizzato per riportare in termini assoluti, i rapporti relativi misurati.

Confrontando i risultati ottenuti con i valori riportati dal Particle Data Group [8] si osserva la compatibilità del valor medio ed una riduzione significativa dell'errore, riportato in tabella 6.17 sommando quadraticamente gli errori statistici e sistematici.

Modo	PDG %	Questa misura %
$\pi\pi\pi\geq 0\ \pi^0\nu_\tau$	14.09 ± 0.31	13.77 ± 0.14
$\mathrm{K}\pi\pi\geq 0\ \pi^0\nu_\tau$	$0.39^{+0.19}_{-0.16}$	0.33 ± 0.04
$\mathrm{KK}\pi\geq 0\ \pi^0\nu_\tau$	$0.15^{+0.09}_{-0.08}$	0.24 ± 0.05

Tabella 6.17: Rapporti di decadimento riportati dal PDG [8]

Si esaminano più in dettaglio le singole misure sperimentali dei modi contenenti mesoni K. Vediamo in figura 6.3 un sostanziale accordo tra le varie determinazioni del rapporto di decadimento $\tau\rightarrow \mathrm{KK}\pi\nu_\tau$. La misura contrassegnata come DELPHI 96 corrisponde ad un'analisi indipendente da questa, dove il *pattern recognition* per l'identificazione di mesoni Kè largamente diverso da quello utilizzato in questo lavoro. Sebbene il problema della eventuale combinazione non è stato ancora affrontato, è tuttavia ragionevole attendersi una certa correlazione, almeno statistica, tra le due misure.

La linea continua indica la previsione teorica secondo Mirkes et al.[123]. La previsione (0.18) potrebbe essere leggermente superiore (0.20) usando una diversa parametrizzazione del contributo di corrente vettoriale, ma comunque entro gli errori di tutte le determinazioni sperimentali.

La situazione è più complessa nella misura del rapporto di decadimento $\tau\rightarrow \mathrm{K}\pi\pi\nu_\tau$, figura 6.4. Le misure riportate da DELPHI ed ALEPH alle conferenze estive del 1996 sono significativamente diverse (3.8 σ). È ragionevole ritenere che esista, in una delle due determinazioni o in entrambe, un effetto sistematico non compreso, verosimilmente legato alla identificazione di K. Senza entrare nel dettaglio delle analisi, questa si ottiene in ALEPH 96 con la misura del dE/dx e in DELPHI 96 con il RICH.

La misura ottenuta in questo lavoro è $\sim +1.6\sigma$ da ALEPH 96 e $\sim -3\sigma$ da DELPHI 96. La determinazione DELPHI 96 e la presente, in particolare, sono entrambe ottenute mediante identificazione con il RICH ma attraverso due *pattern recognition* molto diversi. Questi forniscono, tra l'altro, anche un numero globale di candidati differente, che si traduce in un diverso errore statistico, come è visibile in figura 6.4.

In breve, la presente analisi utilizza un livello di efficienza elevato e ha pertanto un maggior numero di candidati rispetto a DELPHI 96. Questa maggiore efficienza viene pagata in termini di livello di misidentificazione più alto e per questa ragione si tiene conto, attraverso la definizione di un sistema di equazioni, della migrazione completa tra i tre modi di decadimento.

In DELPHI 96 la purezza del campione è maggiore e la consistenza numerica del campione finale inferiore. Non si tiene conto della migrazione tra le classi che, a causa di una minore misidentificazione, è probabilmente meno importante.

Il confronto con la previsione teorica non è molto significativa finché non si è maggiormente compreso il problema sperimentale. Tuttavia, una possibile spiegazione della discrepanza, viene basata dagli stessi Mirkes et al. sulla forte dipendenza della

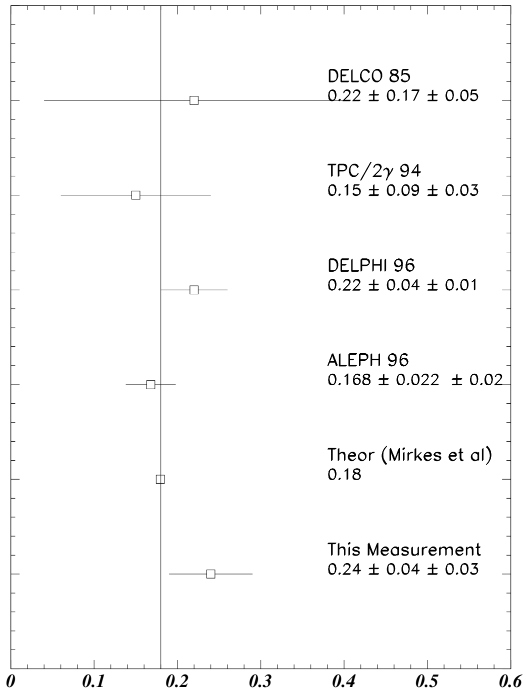


Figura 6.3: Misure dei rapporti di decadimento $\mathrm{KK}\pi\nu_{\tau}$. La linea verticale indica la previsione teorica

predizione teorica dalla larghezza delle risonanze $\mathrm{K}_1(1270)$e $\mathrm{K}_1(1400)$6.4.

In particolare argomentano che considerando la simmetria SU(3) di flavour e una larghezza di $\mathrm{a}_1(1260)\Gamma_{\mathrm{a}_1(1260)} \sim 400 - 600$ MeV, i valori riportati dal Particle Data Group per $\mathrm{K}_1(1270)$e $\mathrm{K}_1(1400)$potrebbero essere un fattore 2 o 3 troppo piccoli.

Dal lato sperimentale, le larghezze di queste due risonanze sono state determinate, finora, solo in produzione adronica. Queste misure hanno fondi significativi e i risultati per i parametri della risonanza possono dipendere dal modello usato per il fondo. Va infatti ricordato che la determinazione della larghezza di $\mathrm{a}_1(1260)$in produzione adronica è piuttosto piccola, $\sim$ 300 MeV, incompatibile con i risultati ottenuti nei decadimenti del τ. Le stesse assunzioni fatte in [124], che hanno portato ai piccoli valori della larghezza di $\mathrm{a}_1(1260)$, sono state adottate in [125] per le misure su $\mathrm{K}_1(1270)$e $\mathrm{K}_1(1400)$.

Se, anche in questo caso, le larghezze fossero sottostimate lo scenario cambierebbe in modo significativo. Infatti, ipotizzando una larghezza di $\mathrm{K}_1(1270)$dell'ordine di 250 MeV, la predizione teorica per il processo in questione, $\tau \rightarrow \mathrm{K}\pi\pi\nu_{\tau}$, passerebbe da 0.77 come riportato in figura 6.4 a 0.45, un valore molto più vicino alle determinazioni sperimentali.

Riassumendo, la misura ottenuta in questo lavoro sembra indicare un valore significativamente più piccolo dell'attuale predizione teorica. Tale discrepanza potrebbe essere spiegata da una forte sottostima della larghezza delle risonanze $\mathrm{K}_1(1270)$e $\mathrm{K}_1(1400)$. Alla luce di tutto ciò, una misura di tali larghezze nei decadimenti del τpotrebbe ri-

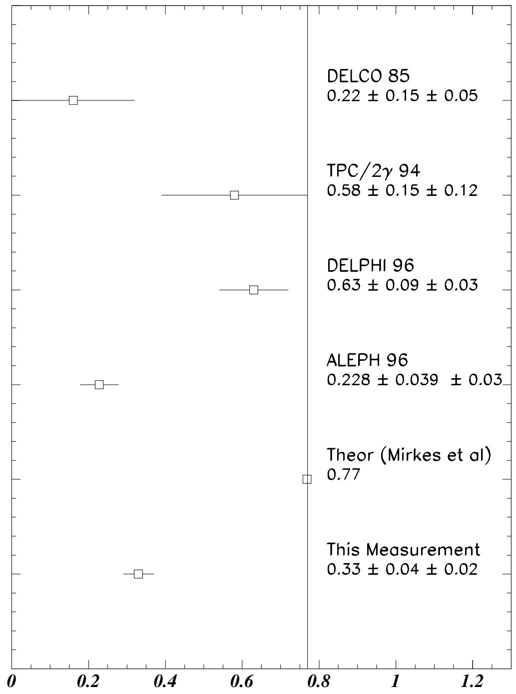


Figura 6.4: Misure dei rapporti di decadimento $K\pi\pi\nu_\tau$. La linea verticale indica la previsione teorica

sultare di particolare interesse anche per meglio descrivere il fondo nei decadimenti adronici.

Conclusioni e sviluppi futuri

La capacità di identificare kaoni e pioni nei decadimenti del leptone τ mediante l'uso del rivelatore *RIng Imaging CHerenkov* (RICH) ha permesso la precisa misura dei rapporti di decadimento $\tau \rightarrow \pi\pi\pi \geq 0\pi^0\nu_\tau$, $\tau \rightarrow \mathrm{K}\pi\pi \geq 0\pi^0\nu_\tau$ e $\tau \rightarrow \mathrm{KK}\pi \geq 0\pi^0\nu_\tau$. Dall'analisi dei dati raccolti dall'esperimento DELPHI tra il 1993 e il 1995 si sono ottenuti i seguenti valori:

Modo	Rapporto di decadimento %
$\pi\pi\pi \geq 0\ \pi^0\nu_\tau$	13.77 $\pm$ 0.04 $\pm$ 0.13
$\mathrm{K}\pi\pi \geq 0\ \pi^0\nu_\tau$	0.33 $\pm$ 0.04 $\pm$ 0.02
$\mathrm{KK}\pi \geq 0\ \pi^0\nu_\tau$	0.24 $\pm$ 0.04 $\pm$ 0.03

Le misure sono in accordo con le previsioni teoriche per i due modi Cabibbo permessi mentre risulta una discrepanza significativa (vedi figura 6.4) nel canale di decadimento $\mathrm{K}\pi\pi \geq 0\ \pi^0\nu_\tau$. Si è discusso come tale discrepanza possa essere dovuta alla dipendenza della predizione teorica dalla larghezza delle risonanze $\mathrm{K}_1(1270)$ e $\mathrm{K}_1(1400)$. I valori ottenuti, pur essendo compatibili con l'attuale media mondiale, sono molto più precisi delle precedenti determinazioni.

Le capacità di identificazione di particella sono principalmente dovute alle buone prestazioni del RICH e alla comprensione del rivelatore. Per questa analisi si è progettato un nuovo *pattern recognition* che permette un'efficienza di identificazione elevata ($\approx 54\%$) ed un basso livello di misidentificazione ($\approx 2-4\%$). Si è dedicata particolare attenzione allo studio degli effetti sistematici della tecnica *standard* di identificazione e di quella effettivamente utilizzata per questa analisi fisica.

Una naturale continuazione di questo lavoro consiste nella misura dei rapporti di decadimento in canali contenenti mesoni K cercando di identificare il numero di π^0, per esempio il modo esclusivo a un *prong* $\mathrm{K}\pi^0\pi^0\nu_\tau$, per cui DELPHI non ha una misura. Utilizzando la buona capacità di identificazione di mesoni K mostrata in questo lavoro, dovrebbe anche essere possibile migliorare il limite (o cercare evidenza) per il modo $\mathrm{KKK}\nu_\tau$.

Come ulteriore sviluppo si intravede la possibilità di utilizzare i decadimenti semileptonici del τ contenenti K per studiare effetti di interazione forte in condizioni sperimentali relativamente semplici. In particolare, attraverso lo studio delle distribuzioni angolari e di massa invariante dei prodotti finali, sono possibili test di diversi approcci teorici alla fisica adronica di bassa energia e l'estrazione di parametri di risonanze non accessibili altrove. Infine, data la grande massa invariante ricostruita negli stati finali selezionati è possibile, in principio, utilizzare l'informazione sull'identità delle particelle per estrarre un limite alla massa del neutrino ν_τ.

Ringraziamenti

Desidero ringraziare il Prof. Valerio Gracco per l'attenta supervisione e la fiducia dimostrata, in più occasioni, nei miei confronti.

Ringrazio il Prof. Guido Barbiellini e il Prof. Roberto Contri per l'attenta lettura della tesi e l'interesse mostrato nei confronti del mio lavoro. Voglio inoltre ringraziare tutti quelli che, durante questi tre anni, mi hanno aiutato con consigli e suggerimenti nelle attività *hardware* e *software* descritte in questa tesi. Un ringraziamento particolare va al Dott. Alessandro Petrolini per la collaborazione e gli utili suggerimenti e al Dott. Giovanni Ridolfi per numerosi chiarimenti sulla parte teorica.

Ringrazio inoltre il gruppo del rivelatore RICH di DELPHI al CERN. In particolare Olav Ullaland per la fiducia e le opportunità che ho avuto, Erich Albrecht per la disponibilità e l'aiuto tecnico durante le misure in laboratorio e al *Test Beam*. Un grazie, infine, a Claire Bourdarios e Wolfgang Adam per le numerose ed utili discussioni sulle tecniche di identificazione.

Appendice A

Si descrive in dettaglio il risultato della *Singular Value Decomposition* che consente la decomposizione della matrice di risposta $\mathbf{A}$ del classificatore nelle sue matrici componenti.

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \cdot \begin{pmatrix} w_1 & & & \\ & w_2 & & \\ & & w_3 & \\ & & & w_4 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{V}^T$$

La matrice $\mathbf{A}$ del sistema di equazioni è :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0.02133 & 0.4849 & 0.2500 \\ 0.0003532 & 0.01057 & 0.2447 \\ 0.01066 & 0.005528 & 0.2480 \\ 1.000 & 1.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

si applica SVD ottenendo le tre matrici:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} -0.250439 & -0.964464 & -0.0808782 \\ -0.0839973 & 0.063194 & -0.698518 \\ -0.0864936 & 0.097981 & -0.696097 \\ -0.960596 & 0.237099 & 0.144844 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 1.80092 & 0 & 0 \\ 0 & 0.318151 & 0 \\ 0 & 0 & 0.274221 \end{pmatrix} \tag{.19}$$

$$\mathbf{V}^T = \begin{pmatrix} -0.536887 & -0.601579 & -0.591485 \\ 0.68394 & -0.720838 & 0.112331 \\ 0.493941 & 0.344232 & -0.798453 \end{pmatrix} \tag{.20}$$

il vettore cercato $\mathbf{x} \equiv (N_{\pi\pi\pi}, N_{\mathrm{K}\pi\pi}, N_{\mathrm{KK}\pi})$ si ricava pertanto come:

$$\mathbf{x} = \mathbf{V} \cdot [diag\,(1/w_j)] \cdot \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{b}$$

Bibliografia

[1] S. L. Glashow, *Nucl. Phys.* **22** (1961) 579; S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264; A. Salam, in *Proceedings of the Eighth Nobel Symposium*, ed. by N. Svartholm (Stockholm, Almqvist and Wiksell, and New York, Wiley, 1968) p. 367

[2] N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* **10** (1963) 531

[3] S.L. Glashow, J. Iliopoulos e L.Maiani, *Phys. Rev.* **D2** (1970) 1285

[4] A. Santamaria CERN-TH 6801/93

[5] M. Kobayashi e T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* **49** (1973) 652

[6] Proc. *Third Workshop on Tau Lepton Physics* (Montreux, 1994), ed. L. Rolei, *Nucl. Phys. (Proc.Suppl.)* **40** (1995) 1..

[7] W.J. Marciano e A. Sirlin, *Phys. Rev. Lett.* **61** (1988) 1815

[8] Particle Data Group,*Review of Particle Properties*, *Phys. Rev.* **D54** (1996) 1

[9] Proc. *Fourth International Workshop on Tau Lepton Physics (TAU96), Colorado, September 1996*

[10] H.G. Evans,Proc. *Fourth International Workshop on Tau Lepton Physics (TAU96), Colorado, September 1996*

[11] P. Weber,Proc. *Fourth International Workshop on Tau Lepton Physics (TAU96), Colorado, September 1996*.

[12] L. Rolandi, Proc. *Fourth International Workshop on Tau Lepton Physics (TAU96), Colorado, September 1996*.

[13] L. Passalacqua, Proc. *Fourth International Workshop on Tau Lepton Physics (TAU96), Colorado, September 1996*.

[14] W.J. Marciano e A. Sirlin,*Phys. Rev. Lett.* **71** (1993) 3629

[15] R. Decker e M. Finkemeier,*Nucl. Phys.* **B438** (1995) 17; in [6], p. 453

[16] A. Pich, *Tau Physics*, in *Heavy Flavours*, eds. A.J. Buras e M. Lindner, Advanced Series on Directions in High Energy Physics – Vol. 10 (World Scientific, Singapore, 1992), p. 375.

[17] D. Buskulic et al. (ALEPH),*Phys. Lett.* **B349** (1995) 585

[18] D.I. Britton et al.,*Phys. Rev. Lett.* **68** (1992) 3000;
G. Czapek et al., *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 17

[19] C. Albajar et al. (UA1), *Zeit. Phys.* **C44** (1989) 15;
J. Alitti et al. (UA2), *Phys. Lett.* **B280** (1992) 137;
F. Abe et al. (CDF),*Phys. Rev. Lett.* **68** (1992) 3398; *Phys. Rev. Lett.* **69** (1992) 28.

[20] W.J. Marciano, in [6], p. 3.

[21] J.M. Roney, Proc. *Fourth International Workshop on Tau Lepton Physics (TAU96), Colorado, September 1996*.

[22] The LEP Electroweak Working Group e the SLD Heavy Flavour Group, *A Combination of Preliminary LEP e SLD Electroweak Measurements e Constraints on the Steard Model*, CERN preprint LEPEWWG/96-02 (30 July 1996).

[23] R. Alemany et al.,*Nucl. Phys.* **B379** (1992) 3

[24] D. Buskulic et al. (ALEPH),*Phys. Lett.* **B321** (1994) 168

[25] M. Acciarri et al. (L3),*Phys. Lett.* **B377** (1996) 313

[26] P. Vilain et al. (CHARM II),*Phys. Lett.* **B335** (1994) 246

[27] P. Vilain et al. (CHARM II),*Phys. Lett.* **B320** (1994) 203

[28] L. MichelProc. Phys. Soc.,**A63**(1950)514; 1371
C. Bouchiat e L. Michel,*Phys. Rev.* **106** (1957) 170;
T. Kinoshita e A. Sirlin, *Phys. Rev.* **107** (1957) 593;*Phys. Rev.* **108** (1957) 844
F. Scheck, *Leptons, Hadrons e Nuclei* (North-Holle, Amsterdam, 1983); *Phys. Rep.* **44** (1978) 187
W. Fetscher, H.-J. Gerber e K.F. Johnson,*Phys. Lett.* **B173** (1986) 102
W. Fetscher e H.-J. Gerber, *Precision Measurements in Muon e Tau Decays*, in *Precision Tests of the Steard Electroweak Model*, ed. P. Langacker, Advanced Series on Directions in High Energy Physics – Vol. 14 (World Scientific, Singapore, 1995), p. 657.
A. Pich e J.P. Silva,*Phys. Rev.* **D52** (1995) 4006

[29] C. Jarlskog,*Nucl. Phys.* **75** (1966) 659

[30] W. Fetscher,*Phys. Lett.* **140B** (1984) 117

[31] S. Eidelman e V. Ivanchenko, Proc. *Fourth International Workshop on Tau Lepton Physics (TAU96), Colorado, September 1996*

[32] A. Pich, *QCD Tests from Tau Decay Data*, in Proc. *Tau-Charm Factory Workshop* (SLAC, California, 1989), ed. L.V. Beers, SLAC-Report-343 (1989), p. 416.

[33] E. Braaten, Proc. *Fourth International Workshop on Tau Lepton Physics (TAU96), Colorado, September 1996*
E. Braaten,*Phys. Rev. Lett.* **60** (1988) 1606; *Phys. Rev.* **D39** (1989) 1458

S. Narison e A. Pich,*Phys. Lett.* **B211** (1988) 183 A. PichHadronic Tau-Decays e QCD Proc. Workshop on Tau Lepton Physics (Orsay, 1990), eds. M. Davier e B. Jean-Marie (Ed. Frontières, Gif-sur-Yvette, 1991), p. 321 E. Braaten, S. Narison e A. Pich,*Nucl. Phys.* **B373** (1992) 581
F. Le Diberder e A. Pich,*Phys. Lett.* **B286** (1992) 147
A. PichQCD Predictions for the Tau Hadronic Width e Determination of $\alpha_s(m_\tau^2)$Proc. Second Workshop on Tau Lepton Physics (Ohio, 1992), ed. K.K. Gan (World Scientific, Singapore, 1993), p. 121
A. Pich,*Nucl. Phys. (Proc.Suppl.)* **39B,C** (1995) 326
S. Narison, in [6], p. 47.

[34] G. Altarelli, P. Nason, G. Ridolfi, *Zeit. Phys.* **68** (1995) 257.

[35] T. Coan et al. (CLEO),*Phys. Lett.* **B356** (1995) 580
D. Buskulic et al. (ALEPH),*Phys. Lett.* **B307** (1993) 209

[36] A. Höcker, Proc. *Fourth International Workshop on Tau Lepton Physics (TAU96), Colorado, September 1996*

[37] E. Braaten, S. Narison e A. Pich,*Nucl. Phys.* **B373** (1992) 581

[38] R. Akers et al. (OPAL), *Zeit. Phys.* **C67** (1995) 555

[39] N. Ushida et al. (Fermilab E531),*Phys. Rev. Lett.* **57** (1986) 2897

[40] G. Gregoire, Proc. *Fourth International Workshop on Tau Lepton Physics (TAU96), Colorado, September 1996*.

[41] A. Cardini, Proc. *Fourth International Workshop on Tau Lepton Physics (TAU96), Colorado, September 1996*.

[42] M. Talebzadeh et al. (BEBC WA66),*Nucl. Phys.* **B291** (1987) 503 e referenze contenute.

[43] A. De Rújula e R. Rückl, Proc. of the ECFA-CERN Workshop on LHC in the LEP Tunnel (Lausanne-Geneva, 1984) CERN 84-10, Vol.II, p. 571;
A. De Rújula, E. Fernéez e J.J. Gómez–Cadenas, *Nucl. Phys.* **B405** (1993) 80.

[44] P. Langacker, Proc. *Fourth International Workshop on Tau Lepton Physics (TAU96), Colorado, September 1996*.

[45] S.S. Gerstein e Ya.B. Zeldovich,JETP Lett.**15**(1972)174;
R. Cowsik e J. McClelle,*Phys. Rev. Lett.* **29** (1972) 669;
R.A. Syunaev e Ya.B. Zeldovich, Pis'ma Astron. Zh.,**6** (1980)451

[46] B.W. Lee e S. Weinberg,*Phys. Rev. Lett.* **39** (1977) 165

[47] E.W. Kolb et al.,*Phys. Rev. Lett.* **67** (1991) 533

[48] A.D. Dolgov e I.Z. Rothstein,*Phys. Rev. Lett.* **71** (1993) 476

[49] M. Kawasaki et al.,*Nucl. Phys.* **B419** (1994) 105

[50] S. Dodelson, G. Gyuk e M.S. Turner,*Phys. Rev.* **D49** (1994) 5068

[51] G. Gyuk e M.S. Turner, in [6], p. 557.

[52] S. Dodelson, G. Gyuk e M.S. Turner,*Phys. Rev. Lett.* **72** (1994) 3754

[53] R. Escribano e E. Masso,*Phys. Lett.* **B301** (1993) 419; *Nucl. Phys.* **B429** (1994) 19;
hep-ph/9609423

[54] N. Wermes, Proc. *Fourth International Workshop on Tau Lepton Physics (TAU96), Colorado, September 1996*.

[55] D.J. Silverman e G.L. Shaw,*Phys. Rev.* **D27** (1983) 1196

[56] R. Marshall,*Rep. Prog. Phys.* **52** (1989) 1329

[57] F. del Aguila e M. Sher,*Phys. Lett.* **B252** (1990) 116

[58] J.S. Schwinger,*Phys. Rev.* **73** (1948) 416

[59] S. Narison,*J. Phys.* G **4** (1978) 1849

[60] M.A. Samuel, G. Li e R. Mendel,*Phys. Rev. Lett.* **67** (1991) 668

[61] J. Bernabéu, G.A. González–Sprinberg e J. Vidal, *Phys. Lett.* **B326** (1994) 168

[62] E. Sánchez, Proc. *Fourth International Workshop on Tau Lepton Physics (TAU96), Colorado, September 1996*.

[63] W. Bernreuther e O. Nachtmann,*Phys. Rev. Lett.* **63** (1989) 2787; [Errata: *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990) 1072]

[64] W. Bernreuther et al., *Zeit. Phys.* **C52** (1991) 567; *Phys. Rev.* **D48** (1993) 78

[65] W. Bernreuther et al., *Zeit. Phys.* **C43** (1989) 117

[66] A. De Rújula et al.,*Nucl. Phys.* **B357** (1991) 311

[67] J. Körner et al., *Zeit. Phys.* **C49** (1991) 447

[68] J. Bernabéu, A. Pich e N. Rius,*Phys. Lett.* **B257** (1991) 219

[69] J. Bernabéu e N. Rius,*Phys. Lett.* **B232** (1989) 127

[70] F. Sánchez, Proc. *Fourth International Workshop on Tau Lepton Physics (TAU96), Colorado, September 1996*.

[71] W. Bonivento, DELPHI Note 95-54 PHYS 491.

[72] Y.S. Tsai, Phys. Rev. D51 (1995) 3172; Proc. *Fourth International Workshop on Tau Lepton Physics (TAU96), Colorado, September 1996*.

[73] C.A. Nelson et al.,*Phys. Rev.* **D50** (1994) 4544;
C. A. Nelson, Proc. *Fourth International Workshop on Tau Lepton Physics (TAU96), Colorado, September 1996*.

[74] M. Finkemeier e E. Mirkes, *Decay Rates, Structure Functions e New Physics Effects in Hadronic Tau Decays*, Proc. Workshop on the Tau/Charm Factory (Argonne, 1995), ed. J. Repond, AIP Conf. Proc. No. 349 (New York, 1996) p. 119.

[75] U. Kilian et al., *Zeit. Phys.* **C62** (1994) 413

[76] S.Y. Choi, K. Hagiwara e M. Tanabashi,*Phys. Rev.* **D52** (1995) 1614

[77] S. Bethke, *Experimental Tests of Asymptotic Freedom*, Proc. QCD'96 (Montpellier, 1996), ed. S. Narison [hep-ex/9609014].

[78] Ph. Charpentier et al., "The DELPHI Fastbus Data Acquisition System", Proc. Int. Conf. on Computing in High Energy Physics 1991 (CHEP91, Tsukuba, Japan), Y. Watase e F. Abe eds., Universal Academy Press, Tokio 1991, p. 643; (DELPHI 91-92/DAS 112);
M. Jonker et al., "Architecture e Performance of the DELPHI Data Acquisition e Control System", Proc. Int. Conf. on Computing in High Energy Physics 1991 (CHEP91, Tsukuba, Japan), Y. Watase e F. Abe eds., Universal Academy Press, Tokio 1991, p. 619 (DELPHI 91-93/DAS 113);
M. Jonker et al., "DELPHI Experiment Control System", Proc. Artificial Intelligence e Expert Systems in High Energy e Nuclear Physics (L'Agelonde, France), D. Perret-Gallix ed., World Scientific 1992, p. 543; (DELPHI 92-98/DAS 127);
C. Gaspar, "DELPHI Experiment Control Integration", Proc. Artificial Intelligence e Expert Systems in High Energy e Nuclear Physics (L'Agelonde, France), D. Perret-Gallix ed., World Scientific 1992, p. 553; (DELPHI 92-99/DAS 128).

[79] T.J. Adye et al., Nucl. Instr. and Meth. **A349** (1994) 160; expanded in "The Design e Operation of the Slow Controls for the DELPHI Experiment at LEP", DELPHI 94-14/DAS 151, 1994.

[80] G. Delavallade e J.P. Vanuxem, "The LTD: a Fastbus time digitizer for LEP detectors", CERN-EP/86-23.

[81] R. Brun e J. Zoll, "ZEBRA User Guide", CERN Program Library 1994.

[82] J. Barlow et al., IEEE Trans. Nucl. Sci. **36** (1989) 1549.

[83] G. Smith, "DELPHI Slow Controls G64 Microcomputers Skeleton Program", DELPHI 94-13/DAS-150, rev. 1994.

[84] Costruzioni Apparecchiature Elettroniche Nucleari (CAEN) S.p.A., Via Vetraia, 11 - 55049 VIAREGGIO (Italy).

[85] P. Aarnio et al. (DELPHI Collaboration), Nucl. Instr. and Meth. **A303** (1991) 233.

[86] V. Bocci et al., Nucl. Instr. and Meth. **A362** (1995) 361;
V. Bocci et al., Basic Concepts e Architectural Details of the DELPHI Trigger System, CERN/ECP 94-18, contribution to the Nuclear Science Symposium e Medical Imaging Conference, Norfolk, USA, 1994. Submitted to IEEE Trans. Nucl. Sci.

[87] The DELPHI Collaboration, "Proposal for the Replacement of the Small Angle Calorimeter of DELPHI", CERN/LEPC/92-6, 1992;
S.J. Alvsvaag et al., "The DELPHI Small Angle Tile Calorimeter", contribution to the IEEE Nuclear Science Symposium e Medical Imaging Conference, Norfolk, USA, 1994, Submitted to IEEE Trans. Nucl. Sci. (DELPHI 94-157/CAL 120);
The DELPHI Collaboration, "Performance of the new high precision luminosity monitor of DELPHI at LEP", contributed paper eps0528 to the EPS-HEP Conference, Brussels 1995 (DELPHI 95-68/PHYS 503).

[88] N. Bingefors et al., Nucl. Instr. and Meth. **A328** (1993) 447. V. Chabaud et al., Nucl. Instr. and Meth. **A368** (1996) 314.

[89] DELPHI Collaboration, "An Upgrade of DELPHI in the Forward Region - Letter of Intent", CERN/LEPC/92-5, LEPC/I-II, 1992.

[90] M. Berggren et al., Nucl. Instr. and Meth. **225** (1984) 477;
A. Cattai et al., Nucl. Instr. and Meth. **A235** (1985) 310;
V. Gracco et. al., Nucl. Instr. and Meth. **A252** (1986) 572;
F.L. Navarria et al., Nucl. Instr. and Meth. **A257** (1987) 499;
H.G. Fischer, Nucl. Instr. and Meth. **A265** (1988) 218;
A. Algeri et al., "Performance of the HPC Calorimeter in DELPHI", CERN-PPE/95-04 (1995).

[91] V. Chabaud et al. , *The DELPHI silicon strip microvertex detector with double sided* , *Nucl. Instr.* **A368** (1996) 314
K. H. Becks et al. , *Progress in the construction of the DELPHI Pixel Detector*, III Int. Work. on Semiconductor Pixel Detectors for Particles e X-Ray (1996), Bari (Italy)

[92] S. Majewski et al. , *A thin multiwire chamber operating in the high multiplication mode*, *Nucl. Instr.* **217** (1983) 265

[93] G. Bella et al. , *Development of calorimeters using thin chambers operating in high gain mode*, *Nucl. Instr.* **A252** (1986) 503
S. Dado et al. , *A new high gain thin gap detector for the OPAL hadron calorimeter*, *Nucl. Instr.* **A252** (1986) 511
G. Mikenberg, *Thin-gap chambers for hadronic calorimetry*, *Nucl. Instr.* **A265** (1988) 223
G. Beard et al. , *Thin, high gain wire chambers for electromagnetic presampling in OPAL*, *Nucl. Instr.* **A286** (1990) 117

[94] Y. Arai et al. , *Timing Optimization of Thin Gap Chambers for the Use in the ATLAS Muon Endcap Trigger*, *Nucl. Instr.* **A367** (1995) 398

[95] ATLAS Collaboration, *Technical Proposal* CERN/LHCC/94-43, (1994), 116.

[96] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, John Wiley & Sons, New York.

[97] P.A.Cherenkov, Phys. Rev. **52** (1937) 378.;

[98] J. V. Jelley *Cherenkov Radiation e its applications*, Pergamon Press, 1958.

[99] V. P. Zrelov *Cherenkov Radiation in High Energy Physics*, Israel program for Scientific translations, Jerusalem, 1970.

[100] J. Seguinot e T. Ypsilantis, *Nucl. Instr.* **142** (1977) 377

[101] T. Ypsilantis, Physica Scripta 23, (1981) 370.
J. Séguinot e T.Ypsilantis, *Nucl. Instr.* **142** (1977) 377.
J. Séguinot et al., *Nucl. Instr.* **173** (1980) 283.
T. Ekelöf et al, Physica Scripta 23 (1981) 718.
E. Barrelet et al., *Nucl. Instr.* **200** (1982) 219.
L. O. Eek et al., IEEE Trans. Nucl. Science NS-31 (1984) 949.
W. Dulinski et al.,*Nucl. Instr.* **A252** (1986) 418.

[102] P. Beltran et al., Proc. Int. Symp. on Position Detectors in High-Energy Physics, Dubna, 1987, JINR D1-13-88-172, 286.
R. Arnold et al., *Nucl. Instr.* **A252** (1986) 188
R. Arnold et al., *Nucl. Instr.* **A270** (1988) 255
R. Arnold et al., *Nucl. Instr.* **A270** (1988) 289
E.G. Anassontzis et al., *Nucl. Instr.* **A323** (1992) 351

[103] D. F. Eerson, *Nucl. Instr.* **178** (1980) 125
R. Apsimon et al., *Nucl. Instr.* **A241** (1985) 339
R. A. Holroyd et al., *Nucl. Instr.* **A261** (1987) 440
R. A. Holroyd et al., J. Phys. Chem. 89 (1985) 4244.

[104] O. Botner et al., *Forward RICH Review Report*, DELPHI 88-7 GEN 73/RICH 30, February 1988;
B. Bostjancic et al., *Nucl. Instr.* **A323** (1992) 363
W. Adam et al., *Performance of the Forward RICH Detector System at DELPHI*, DELPHI 92-160/RICH 53, Submitted to IEEE NS;
W. Adam et al., *The Forward Ring Imaging Cherenkov Detector of DELPHI*, *Nucl. Instr.* **A338** (1994) 284
W. Adam, et al., *The Ring Imaging Cherenkov detector of DELPHI. Nucl. Instr.* **A343** (1994) 68; O.Botner e E.Dahl-Jensen, *Physics with the Forward RICH*, DELPHI 92-167/RICH 94;
B. Bostjancic et al., *Particle identification with the Forward RICH detector*

of DELPHI, Presentazione alla XXVI International Conference in High Energy Physics, Dallas, USA, August 1992.

[105] G. Lenzen et al., *Nucl. Instr.* **A343** (1994) 268

[106] P. Dam et al., *Design e performance of the readout electronics chain of the DELPHI Forward Ring Imaging Cherenkov detector*, IEEE Trans. Nucl. Science NS-39 (1992) 1292.

[107] F. Fontanelli, V. Gracco, F. Montano, M. Sannino, *Progetto di un front-end a risposta logaritmica per un rivelatore RICH*, report INFN/AE-92/15.

[108] *Particle Identification using the RICH detectors based on the RIBMEAN package*, DELPHI 96-133/RICH 90, September 1996.

[109] *NEWTAG, π, K, p Tagging for Delphi RICHes*, DELPHI 96-103/RICH 89, July 1996.

[110] Fukunaga, K., Introduction to Statistical Pattern Recognition: Academic Press, (1972).

[111] Fukunaga, K., Koontz, W.L.G., IEEE Trans. on Comp, **C19** 10, (1970), 917.

[112] Fukunaga, K., Koontz, W.L.G., IEEE Trans. on Comp, **C21** 2, (1972), 171.

[113] Casey, R.G., Nagy G., IEEE Trans. on Comp, **C17**, (1968), 492.

[114] Friedman H.P., Rubin J, Amer. Stat. Assoc. J., Vol 62, (1967), 1159.

[115] Lawson C.E., Hanson R.J., Solving Least Square Problems, Prentice-Hall Inc., (1974).

[116] Feindt M., Podobrin O. , *PXPHOT DELPHI Third Stage Pattern Recognition*, DELPHI Note, (1996).

[117] Jadach S., Ward B.F.L., Was Z., *The Monte Carlo Program KORALZ, Version 4.0 for the Lepton or Quark Pair Production at LEP/SLC Energies*, *Comp.Phys.Comm.* **79** (1994) 503.

[118] Wolfram S., Mathematica: A System for Doing Mathematics by Computer Addison-Wesley Publ., (1988).

[119] Press W.H.,Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P. Numerical Recipes in C - The Art of Scientific Computing, Addison-Wesley Publ., (1988).

[120] CN Division, CERNLIB Short Writeups, CERN, (1994).

[121] Stoer J., Burlisch R, Introduction to Numerical Analysis, Springer-Verlag, (1980).

[122] Lawson C.E., Hanson R.J., Solving Least Square Problems, Prentice-Hall Inc., (1974).

[123] Finkemeier M., Kühn J.H. e Mirkes E., *Theoretical Aspects of* $\tau \rightarrow \mathrm{K}h(h)$ ν_τ*Decays*, Presented at *TAU96 symposium*, Colorado (1996).

[124] C. Daurn et al., ACCMOR Coll., *Nucl. Phys.* **B182** (1981) 269.

[125] C. Daurn et al., ACCMOR Coll., *Nucl. Phys.* **B187** (1981) 1.