



Mechanical wave

N. Srimanobhas
Norraphat.Srimanobhas@mail.cern.ch

<https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/Main/PhatSrimanobhasTeachingCU>

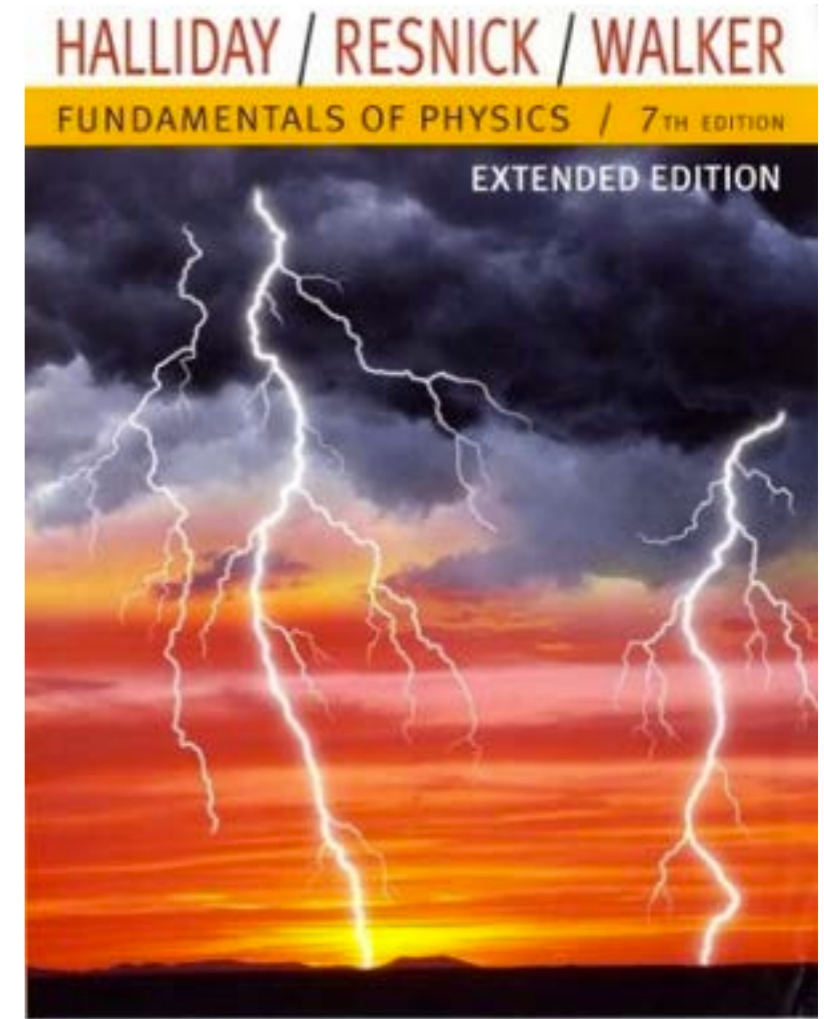
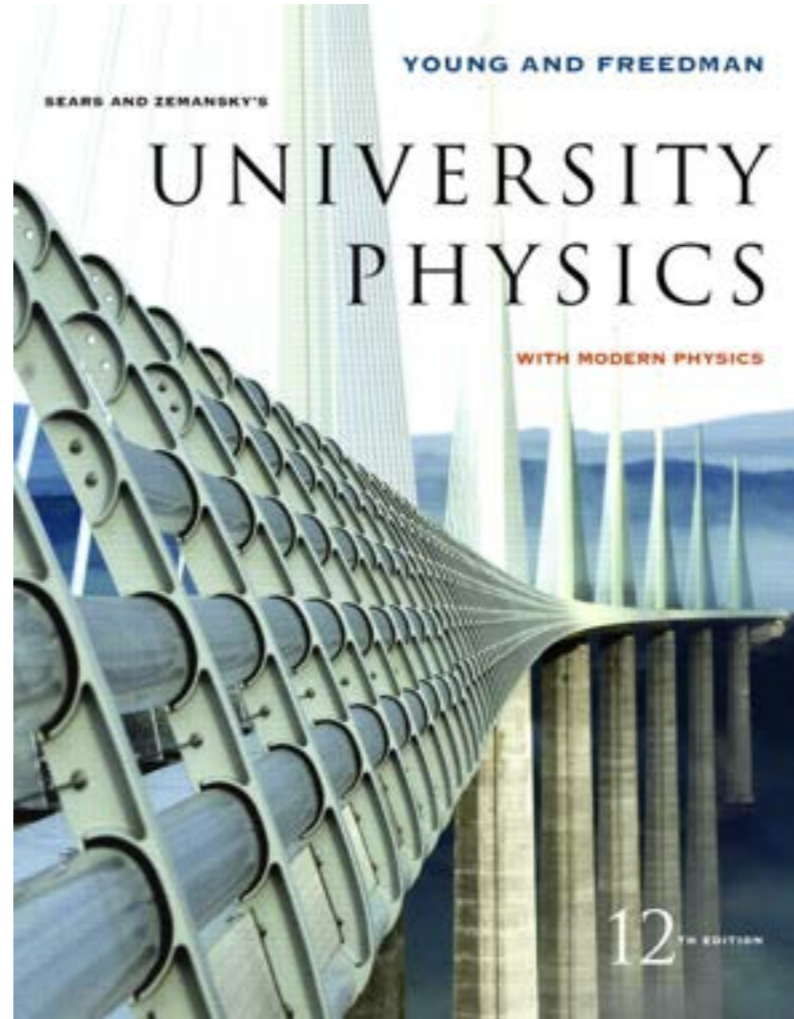
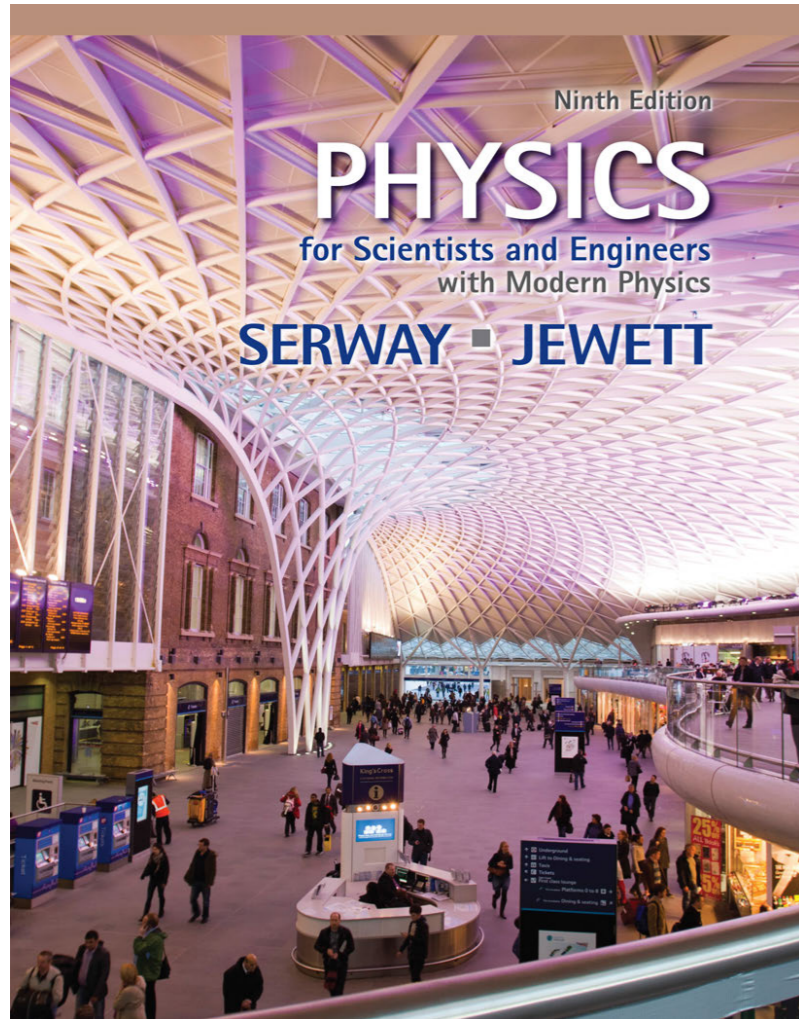




● Mechanical wave

- ▶ Propagation of a disturbance & Types of mechanical waves
- ▶ Wave function & Superposition of waves & Wave equation
- ▶ Sinusoidal wave
- ▶ Superposition of waves
- ▶ Standing wave
- ▶ Rate of energy transfer by sinusoidal wave on string
- ▶ Sound wave
 - ➔ Speed of sound wave
 - ➔ Intensity of periodic sound wave
 - ➔ Doppler effect & Shock wave
- ▶ Beat: Interference in time
- ▶ Nonsinusoidal wave patterns

References



คลื่นกล (Mechanical wave)



คลื่นที่เคลื่อนที่ไปโดยการสั่นของตัวกลาง มีการส่งผ่านพลังงานไป
ในตัวกลาง

- ▶ ต้องมีการรบกวนระบบ (ใส่พลังงานเข้าไปในระบบ)
- ▶ ต้องอาศัยตัวกลาง แต่ตัวกลางไม่ได้เคลื่อนที่ จะสั่นไปมารอบจุด

สมดุล

- ▶ การเคลื่อนที่ของคลื่นจะส่งผ่านพลังงานจากบริเวณหนึ่ง ๆ ของ
ตัวกลางไปสู่บริเวณอื่น ๆ

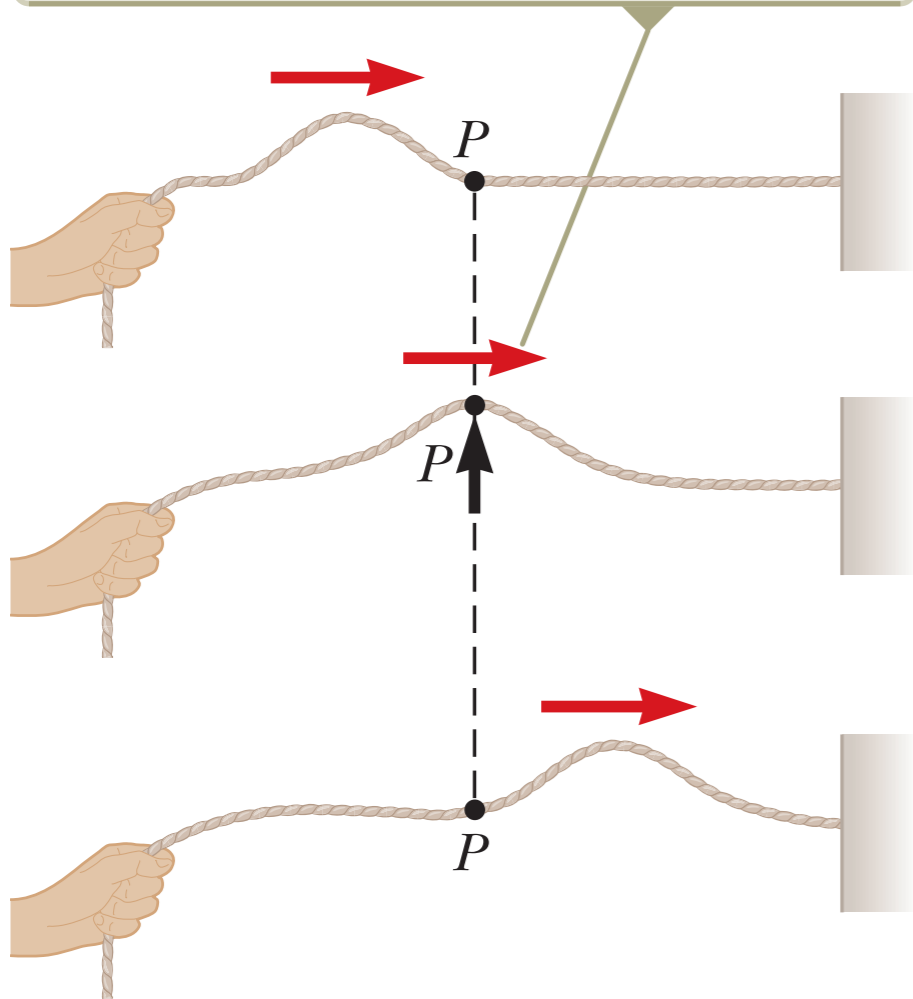
คลื่นตามขวาง (Transverse wave)



The direction of the displacement of any element at a point P on the string is perpendicular to the direction of propagation (red arrow).

อนุภาคตัวกลางเคลื่อนที่ (หรือสั่น) ในแนวตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ของคลื่น ตัวอย่างเช่น

- ▶ คลื่น ในเส้นเชือก

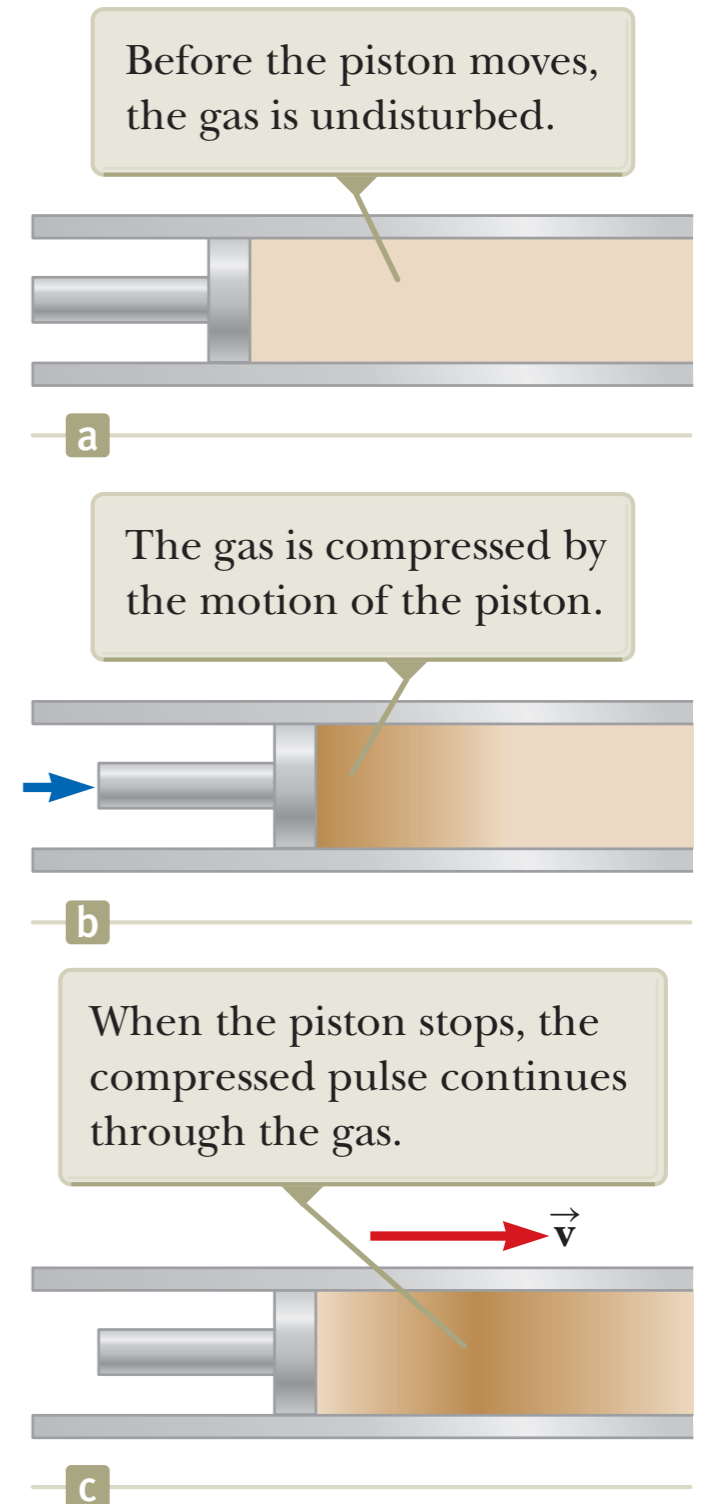
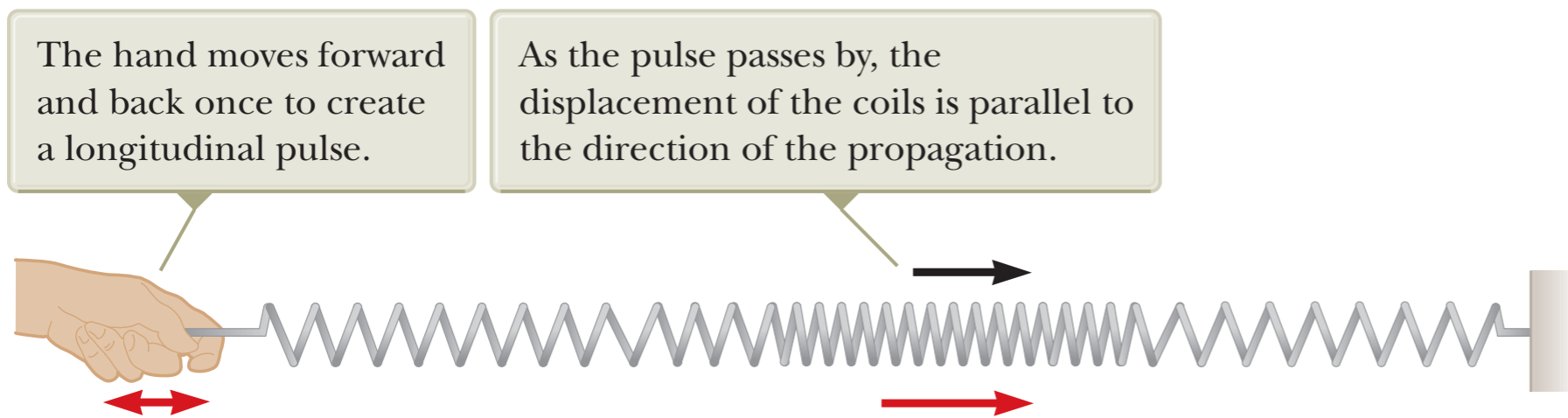


คลื่นตามยาว (Longitudinal wave)



อนุภาคตัวกลางเคลื่อนที่ (หรือสั่น) ในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ของคลื่น ตัวอย่างเช่น

- ▶ คลื่นเสียง
- ▶ คลื่นในสปริง



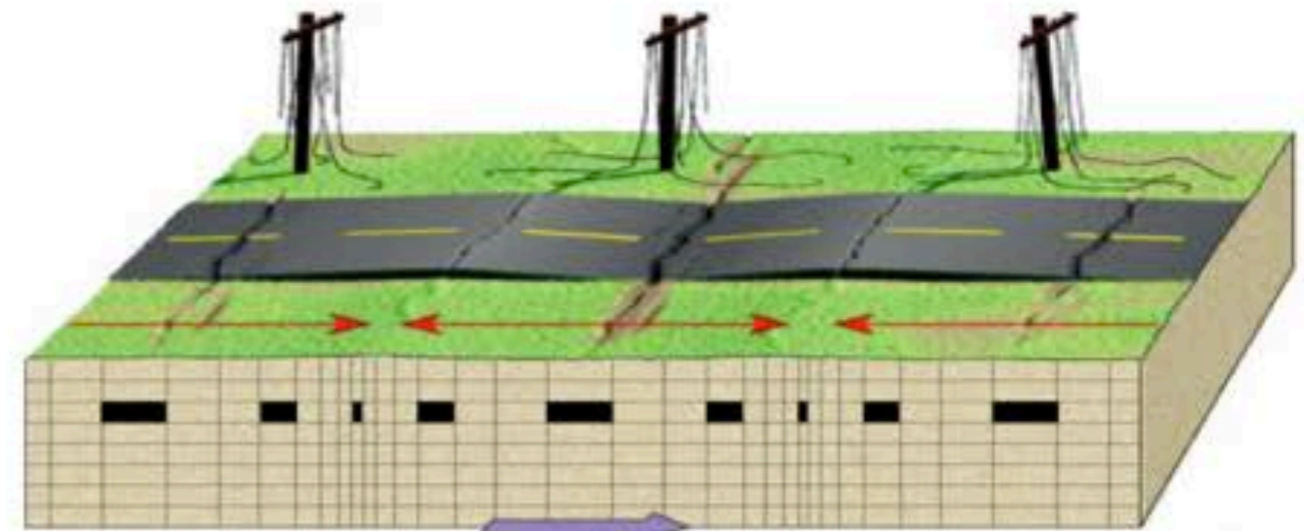
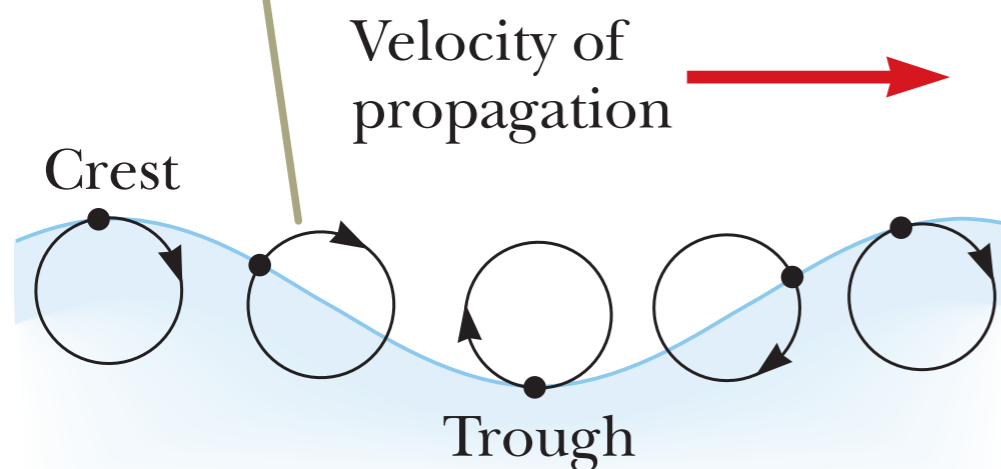
คลื่นที่ผิว (Surface waves)



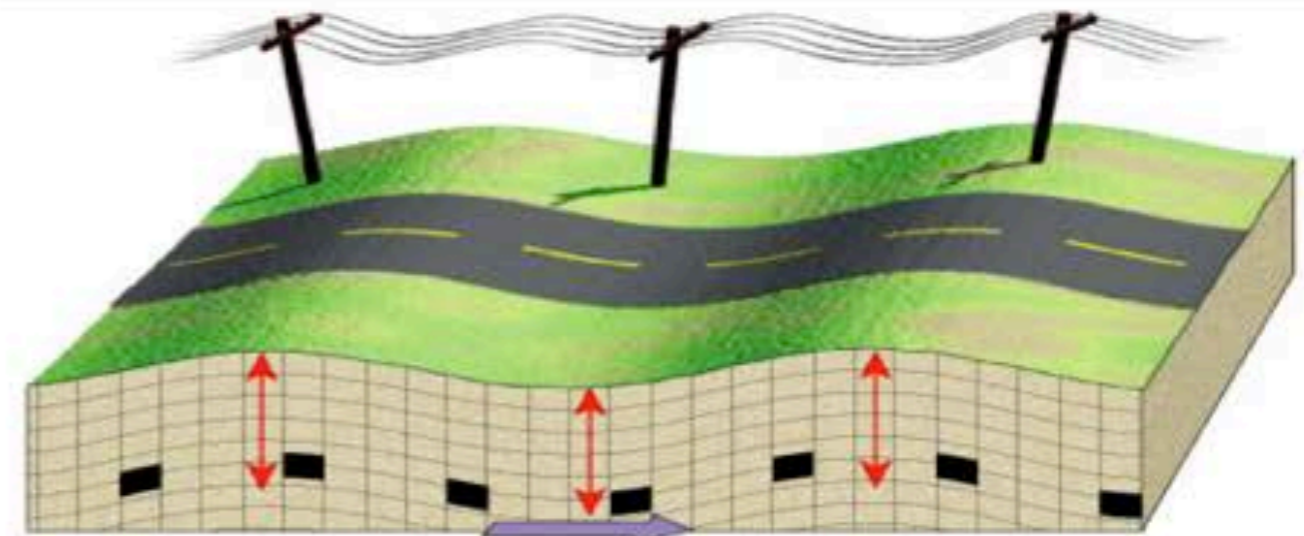
อนุภาคตัวกลางเคลื่อนที่ (หรือสั่น) ทั้ง 2 แนว

- ▶ คลื่นผิวน้ำ
- ▶ คลื่นแผ่นดินไหว

The elements at the surface move in nearly circular paths. Each element is displaced both horizontally and vertically from its equilibrium position.



The back-and-forth motion produced as P waves travel along the surface can cause the ground to buckle and fracture.

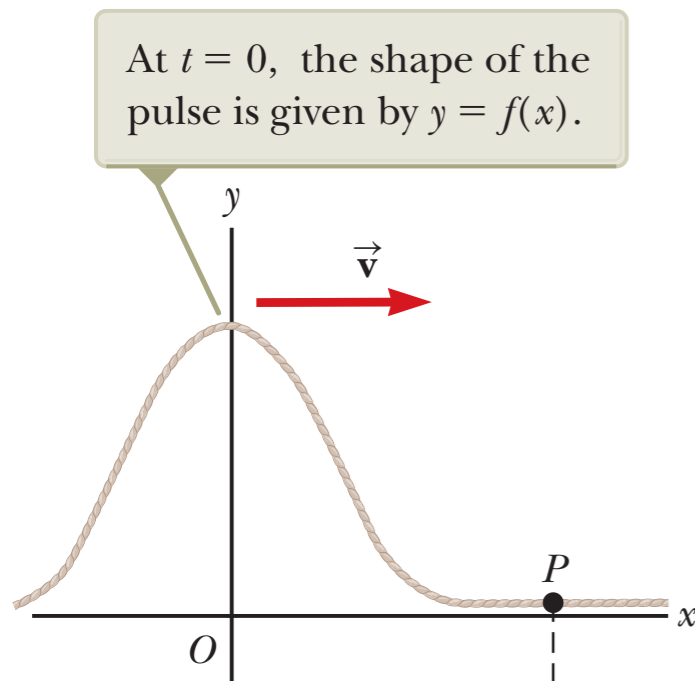


S waves cause the ground to shake up-and-down and sideways.

Primary waves

Secondary waves

ฟังก์ชันคลื่น (Wave function)



พิจารณาความสูงของคลื่นที่เวลา t_1 และ t_2

$$y(x_1, t_1) = f(x_1 \pm vt_1)$$

$$y(x_2, t_2) = f(x_2 \pm vt_2)$$

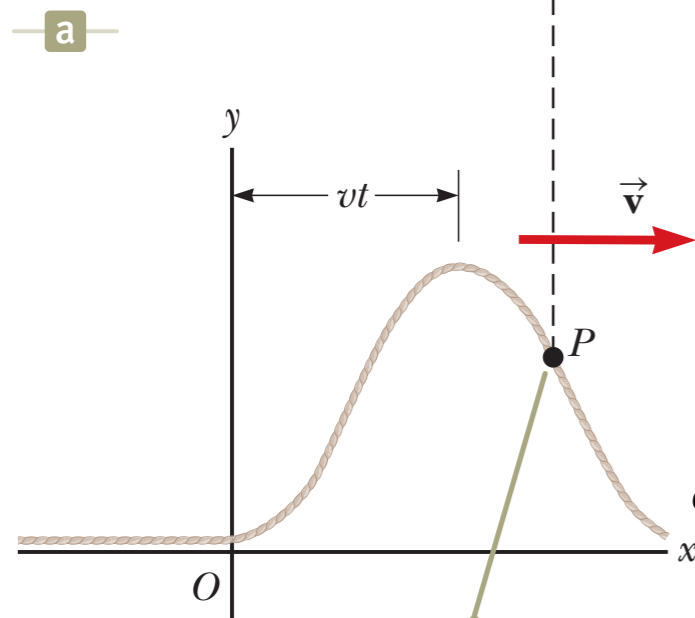
เมื่อคลื่นเคลื่อนที่ไป รูปทรงของคลื่นยังเหมือนเดิม

$$y(x_1, t_1) = y(x_2, t_2)$$

หรือ

$$x_1 \pm vt_1 = x_2 \pm vt_2$$

พิจารณา ให้เวลาตอนเริ่มต้นเท่ากับศูนย์



At some later time t , the shape of the pulse remains unchanged and the vertical position of an element of the medium at any point P is given by $y = f(x - vt)$.

ให้มีค่าคงที่ (เริ่มต้น)

$$x_1 = x_2 - vt$$

$$x_1 = x_2 + vt$$

$$t_1 = 0$$

$$x_1 = x_2 \pm vt_2$$

มองเข้า
หาคลื่น

t เพิ่ม x_2 ต้องเพิ่ม \rightarrow คลื่นไปทางขวา

t เพิ่ม x_2 ต้องลด \rightarrow คลื่นไปทางซ้าย

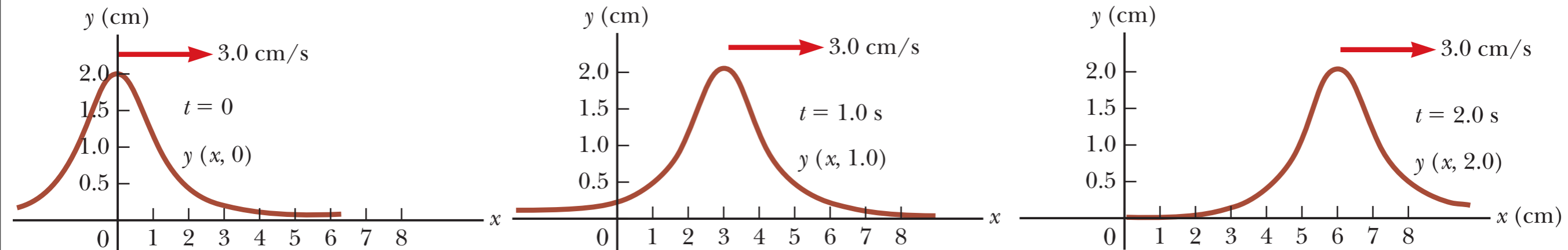
ตัวอย่าง



คลื่นลูกหนึ่งเคลื่อนที่ไปทางขวาตามแนวแกน x ด้วยฟังก์ชันคลื่น

$$y(x, t) = \frac{2}{(x - 3.0t)^2 + 1}$$

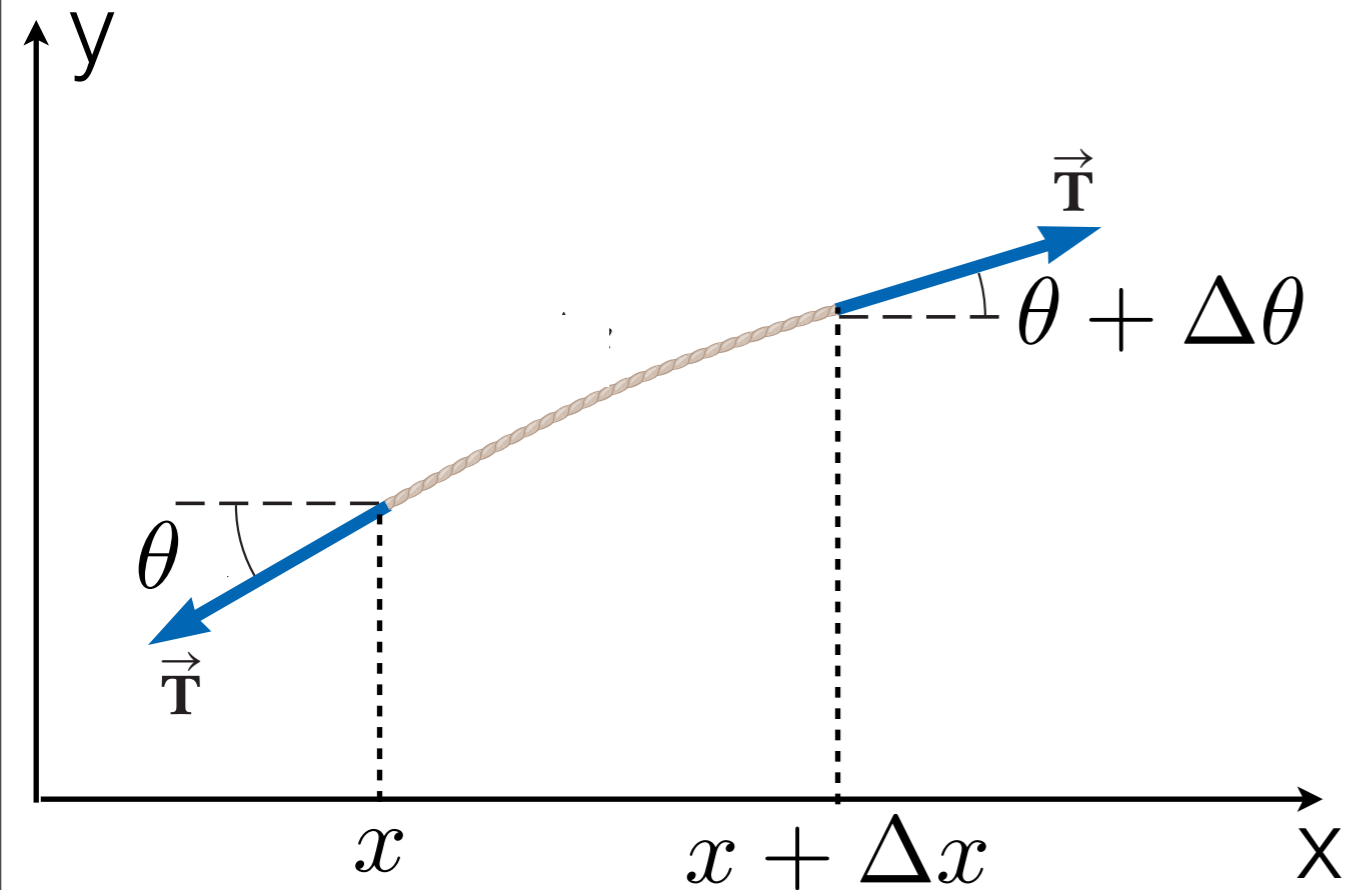
จงพิจารณาฟังก์ชันคลื่นที่เวลา $t = 0, 1$ และ 2 วินาทีตามลำดับ โดย x และ y อยู่ในหน่วยเซนติเมตร



สมการคลื่น (Wave equation)



พิจารณาคลื่น ในเส้นเชือก



จากกฎข้อ 2 ของนิวตัน

$$(dm)y = T(\sin(\theta + \Delta\theta) - \sin\theta) \approx T\Delta\theta$$

ให้ μ เป็นมวลต่อหน่วยความยาว

$$(dm) = \mu(\Delta x)$$

$$\mu(\Delta x)y = T\Delta\theta$$

หาค่า $\tan(\theta)$

$$\tan(\theta) = \frac{\partial y}{\partial x}$$

← y ขึ้นอยู่กับ x และเวลา t จากรูปพิจารณา ณ เวลาหนึ่ง ๆ เท่านั้น

ทำ Derivative เทียบ x

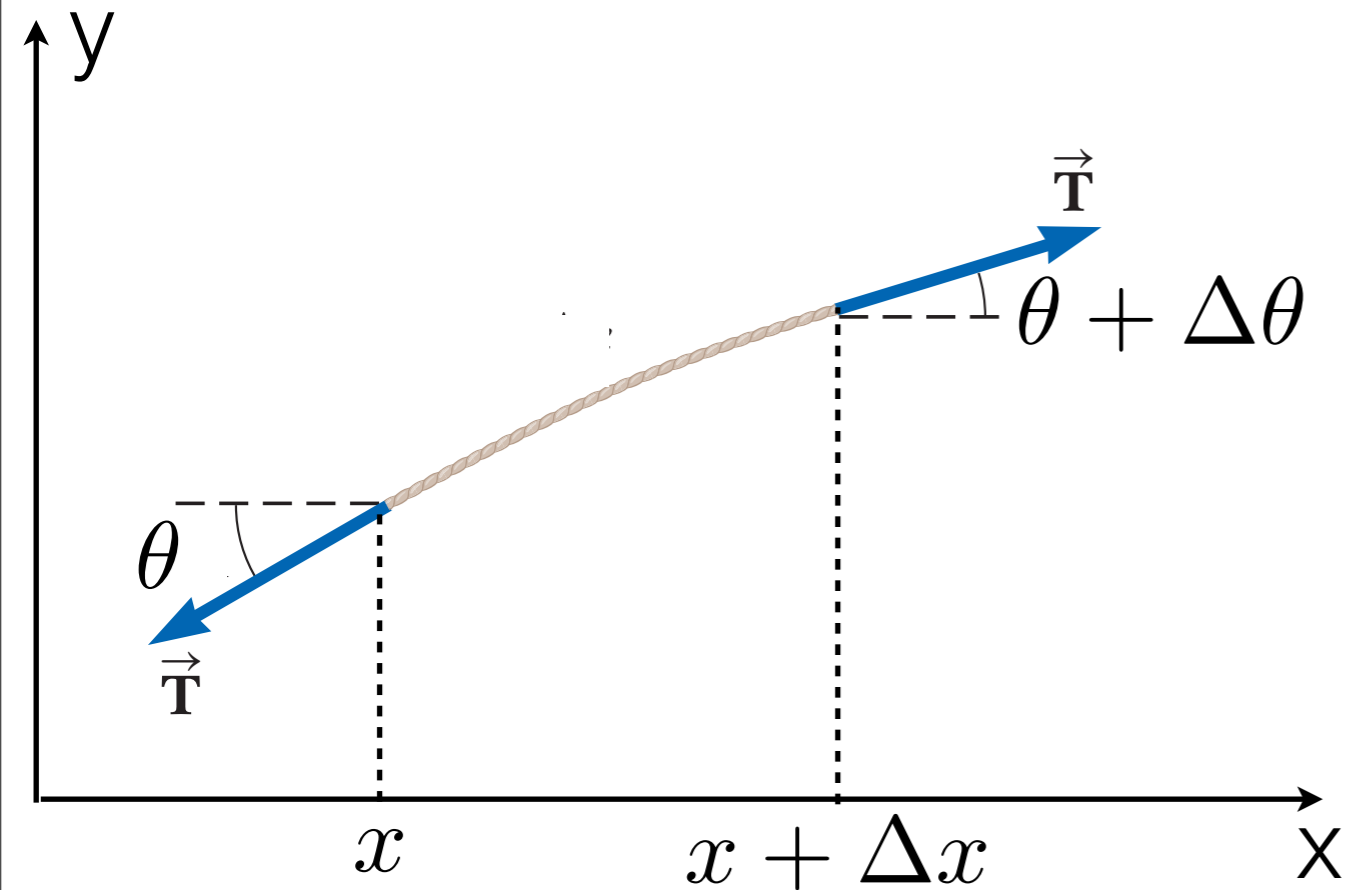
พิจารณามุมเล็ก ๆ
เทอมนี้ = 1

$$\rightarrow \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{d\theta}{dx} = \frac{\partial^2 y}{\partial^2 x}$$

สมการคลื่น (Wave equation)



พิจารณาคลื่น ในเส้นเชือก



แทนค่าไปในกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน

$$\mu(\Delta x) \frac{\partial^2 y}{\partial^2 t} = T \frac{\partial^2 y}{\partial^2 x} (\Delta x)$$

$$\frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial^2 t} = \frac{\partial^2 y}{\partial^2 x}$$

y ควรอยู่ในรูปของ $f(x \pm Ct)$

C มีหน่วยเป็นความเร็ว [m/s]

เขียน C ด้วย $v = \sqrt{T/\mu}$

เราจะได้รูปทั่วไปของ **สมการคลื่น**

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial^2 t} = \frac{\partial^2 y}{\partial^2 x}$$



จงแสดงว่าฟังก์ชันคลื่นต่อไปนี้เป็นคำตอบที่เป็นไปได้ของสมการคลื่น โดยที่ b เป็นค่าคงที่

$$(a) y(x, t) = \ln[b(x - vt)]$$

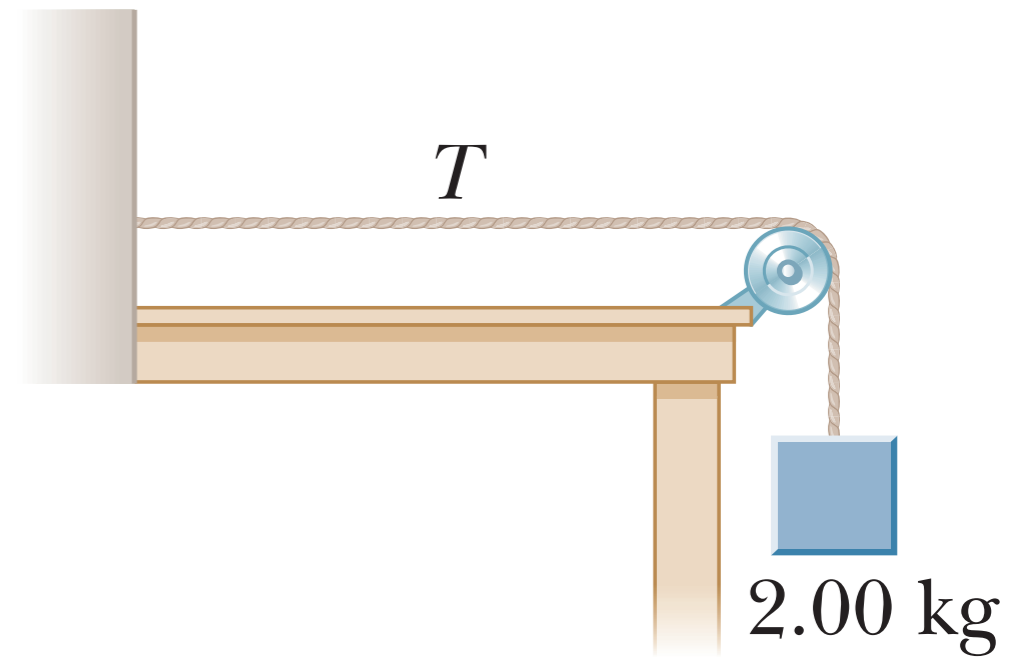
$$(b) y(x, t) = e^{b(x-vt)}$$

$$(c) y(x, t) = x^2 + v^2 t^2$$



ตัวอย่าง

เชือกเส้นหนึ่งมีมวล 0.3 kg และยาว 6 m (ตามรูป) ยึดเชือกด้านหนึ่งไว้กับกำแพง อีกด้านหนึ่งคล้องผ่านรอกและผูกไว้กับมวล 2.0 kg จงหาความเร็วของคลื่นบนเชือกเส้นนี้



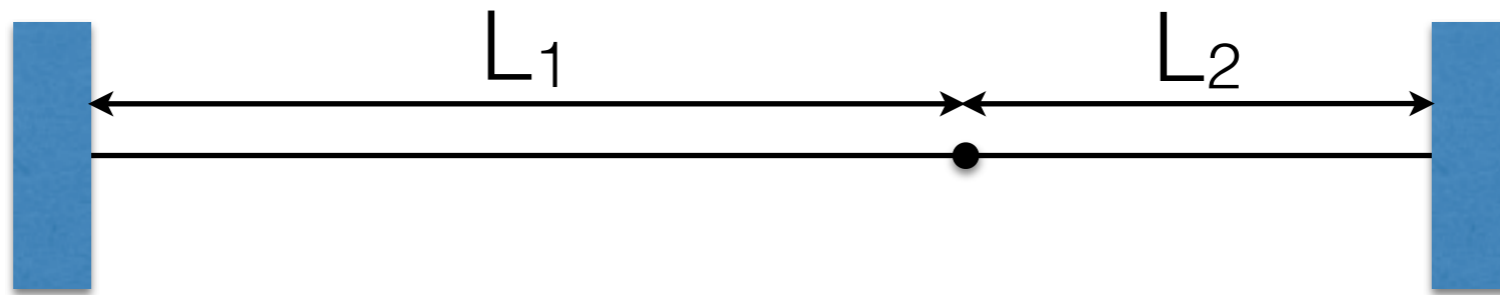
ตัวอย่าง



จากรูป เชือกสองเส้นผูกปมเชื่อมเข้าด้วยกัน แล้วผูกปลายที่เหลือเข้ากับจุดตรึง กำหนดให้มวลต่อหน่วยความยาวของเชือกทั้งสองเส้นเป็น

$$\mu_1 = 1.4 \times 10^{-4} \text{ Kg/m}, \mu_2 = 2.8 \times 10^{-4} \text{ Kg/m}$$

กำหนดความยาวของเชือกเส้นที่หนึ่งเป็น $L_1 = 3.0 \text{ m}$ และ ของเชือกเส้นที่สอง $L_2 = 2.0 \text{ m}$ และเชือกเส้นที่หนึ่งมีแรงดึงเท่ากับ 400 N ถ้ามีการส่งคลื่นดลจากจุดตรึงที่ปลายเชือกทั้งสองออกมาพร้อมกัน ให้มีทิศทางวิ่งเข้ามาหาปม คลื่นดลจากปลายใดจะถึงปมของเชือกก่อน

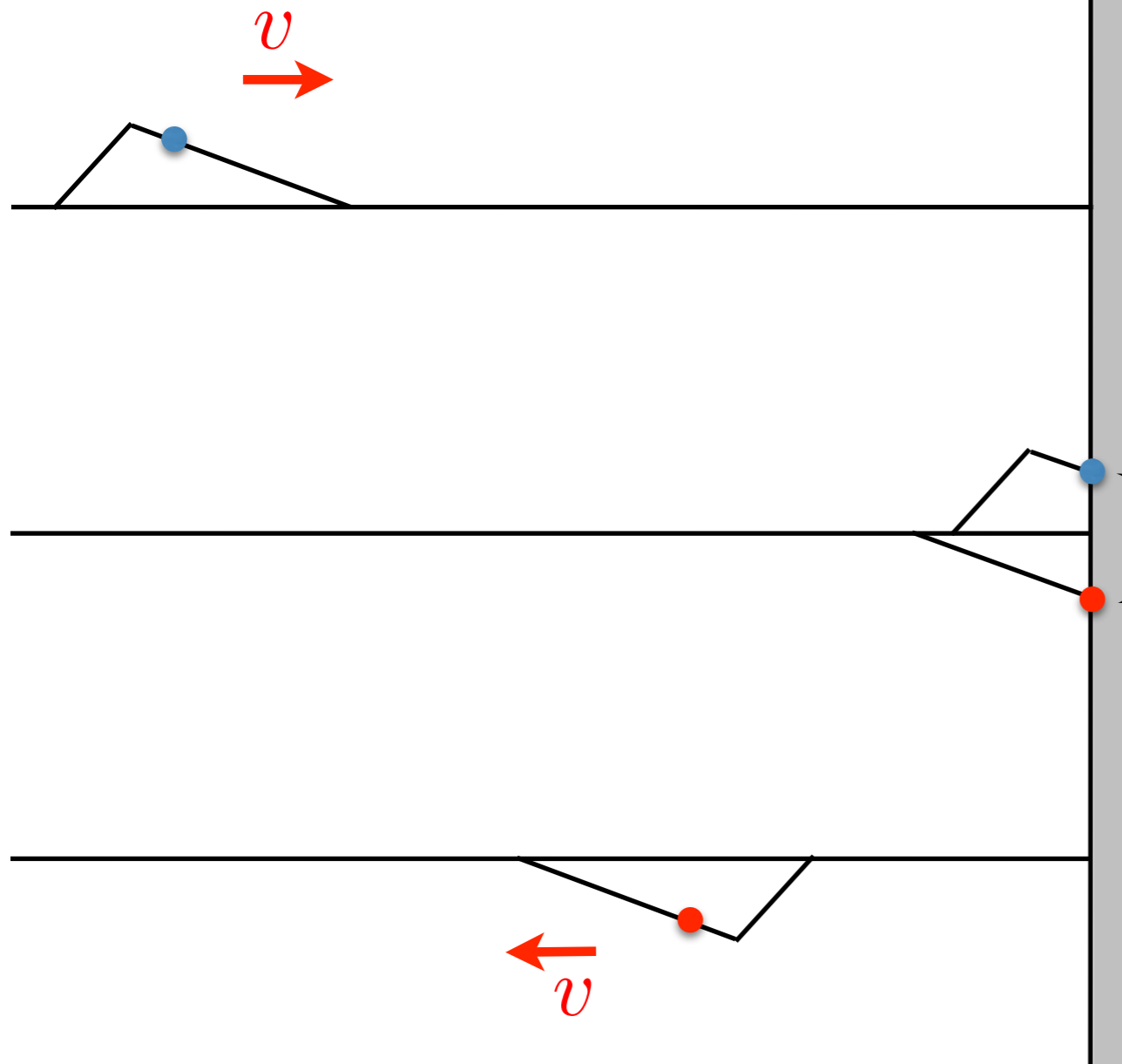


การสะท้อนของคลื่นในเส้นเชือก (ปลายตรึง/ปิด)



$$\frac{\partial y}{\partial x} = 0, \frac{\partial y}{\partial t} = 0$$

“ในการสะท้อนปลายตรึง คลื่นสะท้อนมีการกลับด้าน (จากบนเป็นล่าง ตามรูป) แต่รูปร่างเหมือนเดิม”



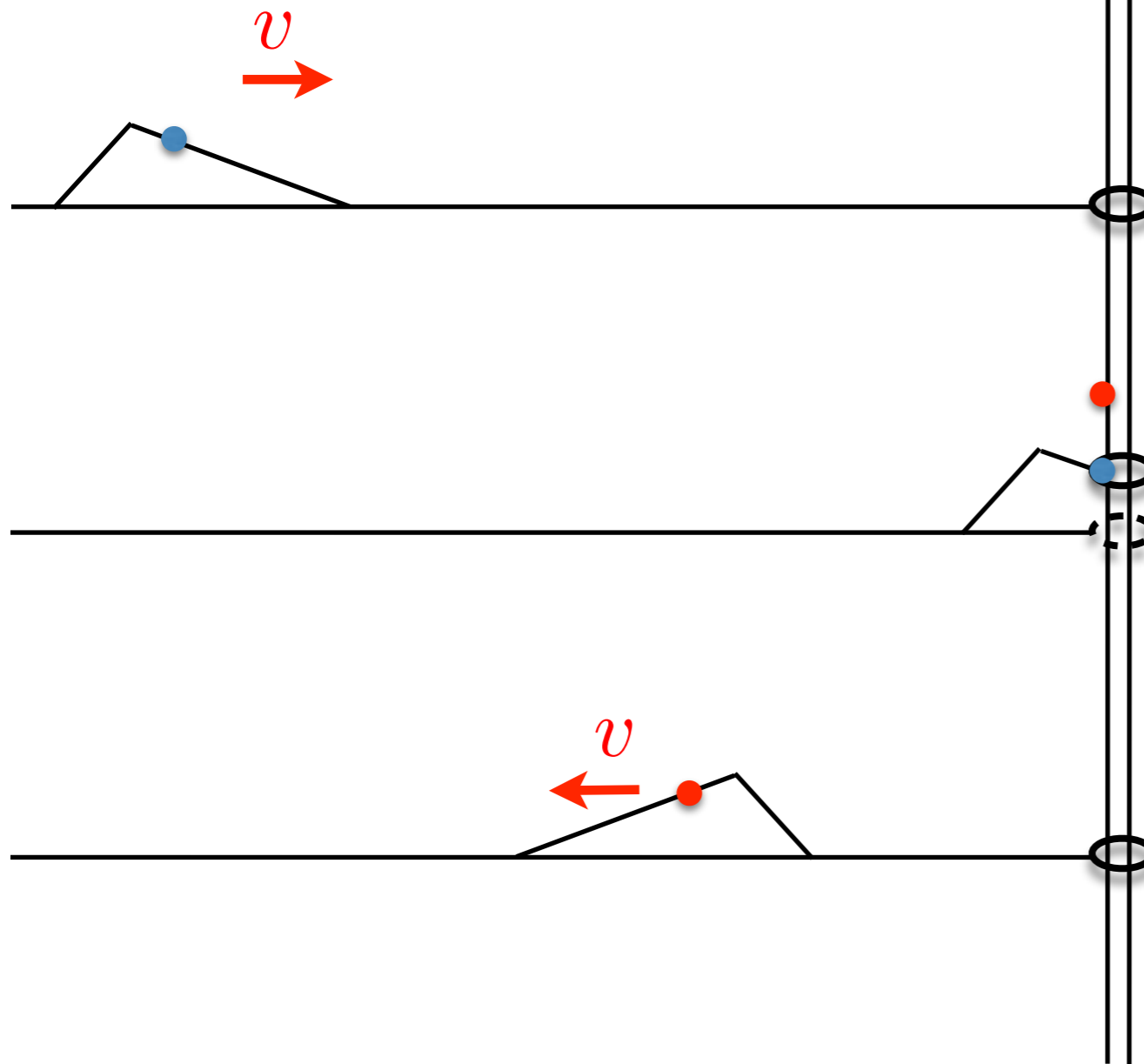
รวมแล้วได้
 $y = 0$

จุดตรึงสร้างคลื่นสะท้อนขึ้นมา

การสะท้อนของคลื่นในเส้นเชือก (ปลายอิสระ/เปิด)



$$\frac{\partial y}{\partial x} = 0$$



“ในการสะท้อนปลายอิสระ คลื่นสะท้อนจะวิ่งกลับด้าน เดิม (ด้านบน ตามรูป) และรูปร่างเหมือนเดิม”

พิเศษตรงบริเวณวงแหวนไร้มวล
วงแหวนได้ผลจากคลื่นที่เข้ามา ในขณะเดียวกันก็สร้างคลื่นที่มี Amplitude เดียวกันไปพร้อม ๆ กัน บริเวณนี้เราจะเห็นคลื่นมี Amplitude เป็น 2 เท่าของของ เดิม

การสะท้อนของคลื่นในเส้นเชือก (แบบจำลอง)

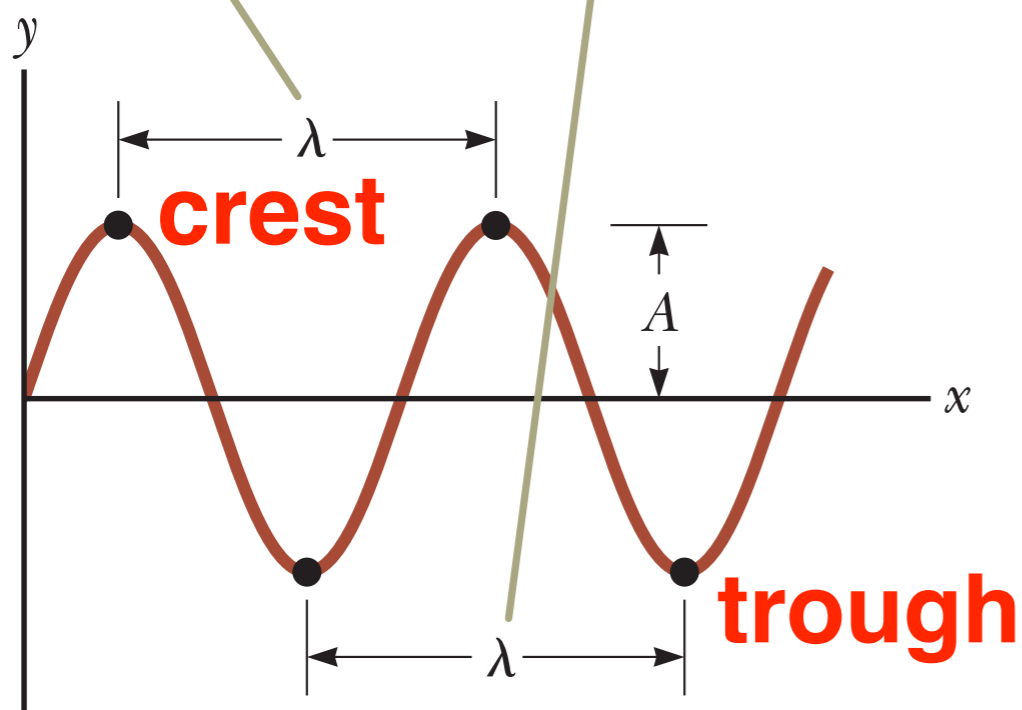


<http://phet.colorado.edu/en/simulation/wave-on-a-string>

คลื่นรูปไซน์ (Sinusoidal wave)

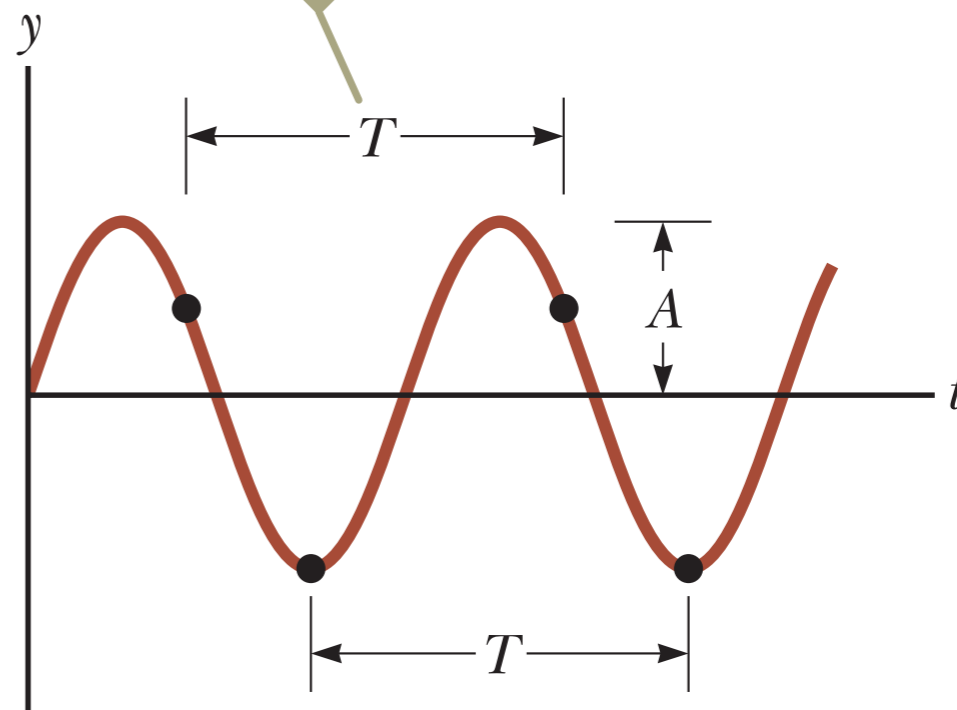


The wavelength λ of a wave is the distance between adjacent crests or adjacent troughs.



ตำแหน่งของกลุ่มของอนุภาค ในเวลาหนึ่ง ๆ

The period T of a wave is the time interval required for the element to complete one cycle of its oscillation and for the wave to travel one wavelength.

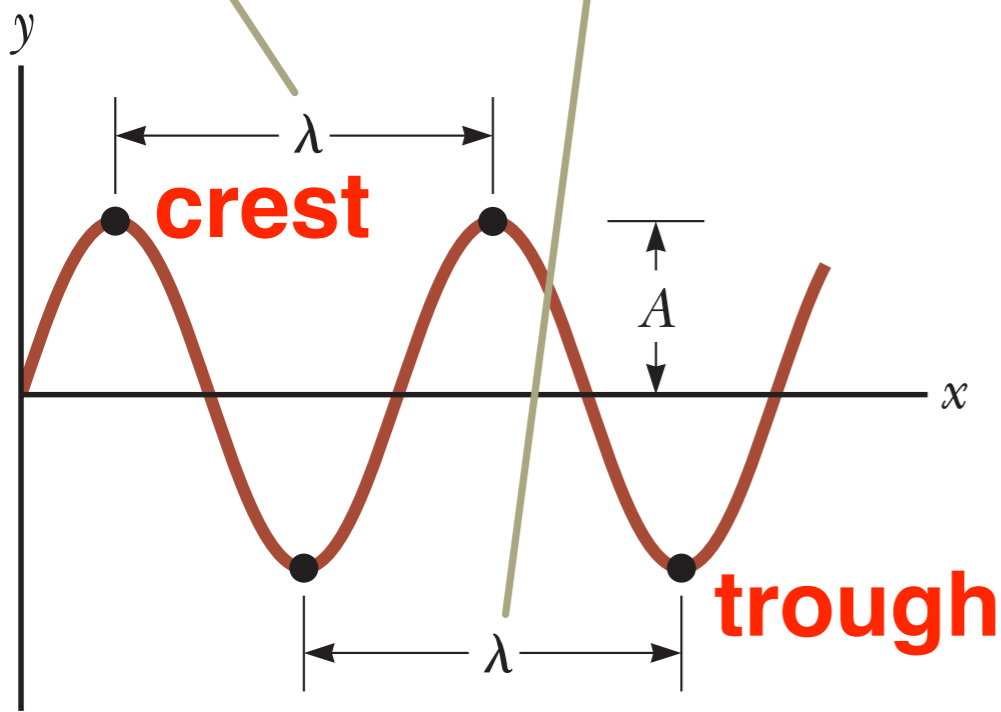


ตำแหน่งของอนุภาคตัวหนึ่ง ในเวลาต่าง ๆ

คลื่นรูปไซน์ (Sinusoidal wave)



The wavelength λ of a wave is the distance between adjacent crests or adjacent troughs.



ตำแหน่งของกลุ่มของ
อนุภาค ในเวลาหนึ่ง ๆ

$x + vt$ คลื่นไปทางซ้าย
 $x - vt$ คลื่นไปทางขวา

พิจารณาที่เวลา $t = 0$

$$y(x, 0) = A \sin(ax)$$

$$y(0, 0) = A \sin(a0) = 0$$

$$y\left(\frac{\lambda}{2}, 0\right) = A \sin\left(a\frac{\lambda}{2}\right) = 0$$

$$a = \frac{2\pi}{\lambda}$$

สมการจะเป็นจริงก็ต่อเมื่อ

เราสามารถเขียนสมการคลื่นที่เวลา $t = 0$

$$y(x, 0) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

เราสามารถเขียนสมการคลื่นที่เวลา t ใด ๆ

$$y(x, t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x \pm vt)\right)$$

คลื่นรูปไซน์ (Sinusoidal wave)



รูปแบบของสมการที่เราได้สามารถเป็นคำตอบของฟังก์ชันคลื่นได้

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad \leftarrow \text{เป็นหนึ่งในคำตอบได้} \quad y(x, t) = A \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} (x \pm vt) \right)$$

นิยาม

$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}$ **Angular wave number (wave number)** บอกถึงจำนวนของคลื่นในความยาวหนึ่ง ๆ (ในที่นี้คือ 2π)

$\omega \equiv \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ **Angular frequency** เขียนให้ทั่วไปมากขึ้น

เขียนฟังก์ชันคลื่นใหม่ได้ว่า

Phase velocity
อัตราเร็วเฟส

$$v = f\lambda = \frac{\omega}{k}$$

$$y(x, t) = A \sin(\underbrace{kx \pm \omega t}_{\text{phase}})$$

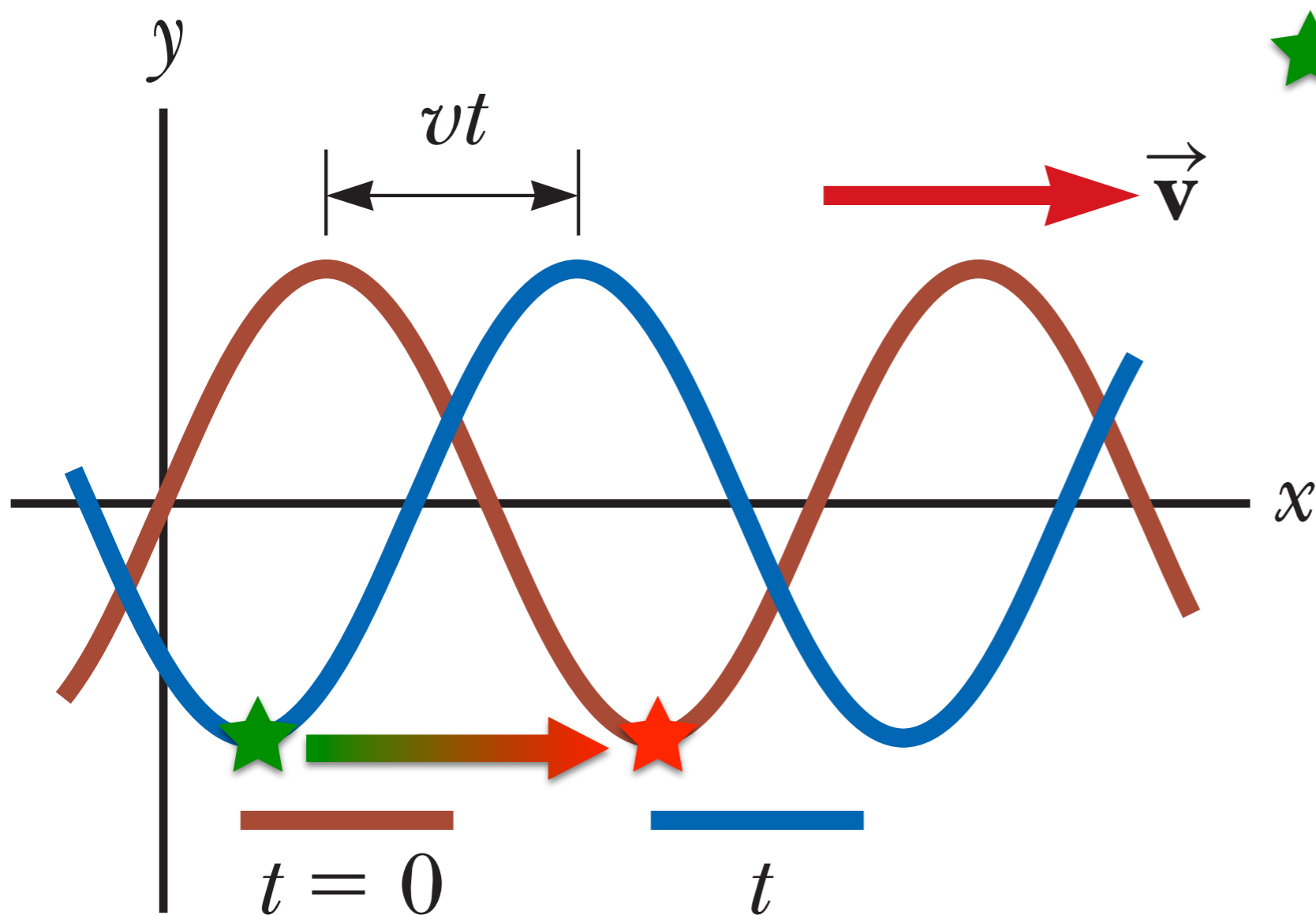
$kx \pm \omega t + \phi$
phase constant

คลื่นรูปไซน์ (Sinusoidal wave)



อัตราเร็วเฟส กับ อัตราเร็วของอนุภาค ในตัวกลาง ไม่เหมือนกัน

เราสามารถหาความเร็วของคลื่นที่เคลื่อนที่ไป ในตัวกลางได้โดย การพิจารณาการเคลื่อนที่ของตำแหน่งที่มีเฟสเท่ากัน



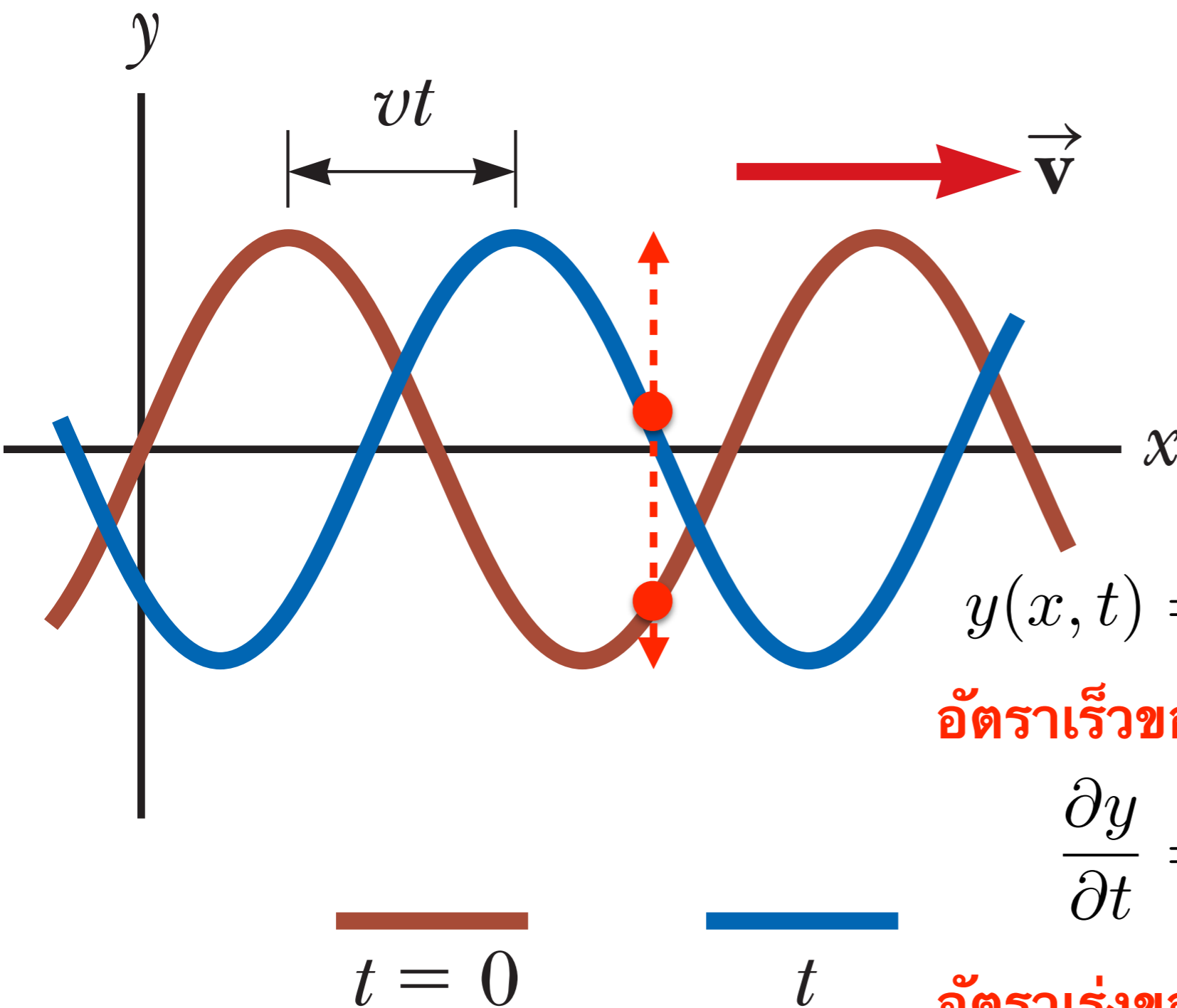
$$\star kx_0 = kx - \omega t \star$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$k \frac{dx}{dt} = \omega$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} = f\lambda$$

คลื่นรูปไซน์ (Sinusoidal wave)



“คลื่นเคลื่อนที่ไปทางขวา
แต่
ตัวกลางของคลื่นเคลื่อนที่
ขึ้นลงเป็น SHM”

$$y(x, t) = A \sin(kx \pm \omega t)$$

อัตราเร็วของการสั่นของอนุภาค ในตัวกลาง

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \pm \omega A \cos(kx \pm \omega t)$$

อัตราเร่งของการสั่นของอนุภาค ในตัวกลาง

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \pm \omega^2 A \sin(kx \pm \omega t)$$



มีฟังก์ชันคลื่นอยู่ 3 ฟังก์ชันคือ

$$(a) y(x, t) = 2 \sin(4x - 2t)$$

$$(b) y(x, t) = \sin(3x - 4t)$$

$$(c) y(x, t) = 3 \sin(3x - 3t)$$

- (1) จงเรียงลำดับคลื่นตามอัตราเร็วเฟส จากมากไปน้อย
- (2) จงเรียงลำดับอัตราเร็วสูงสุดของตัวกลาง จากมากไปน้อย



คลื่นในเส้นเชือกมีสมการการกระจัดของอนุภาคเส้นเชือกในหน่วยเมตรเป็น

$$y(x, t) = 15 \sin \left(\frac{\pi}{16} (2x - 64t) \right)$$

จงหา

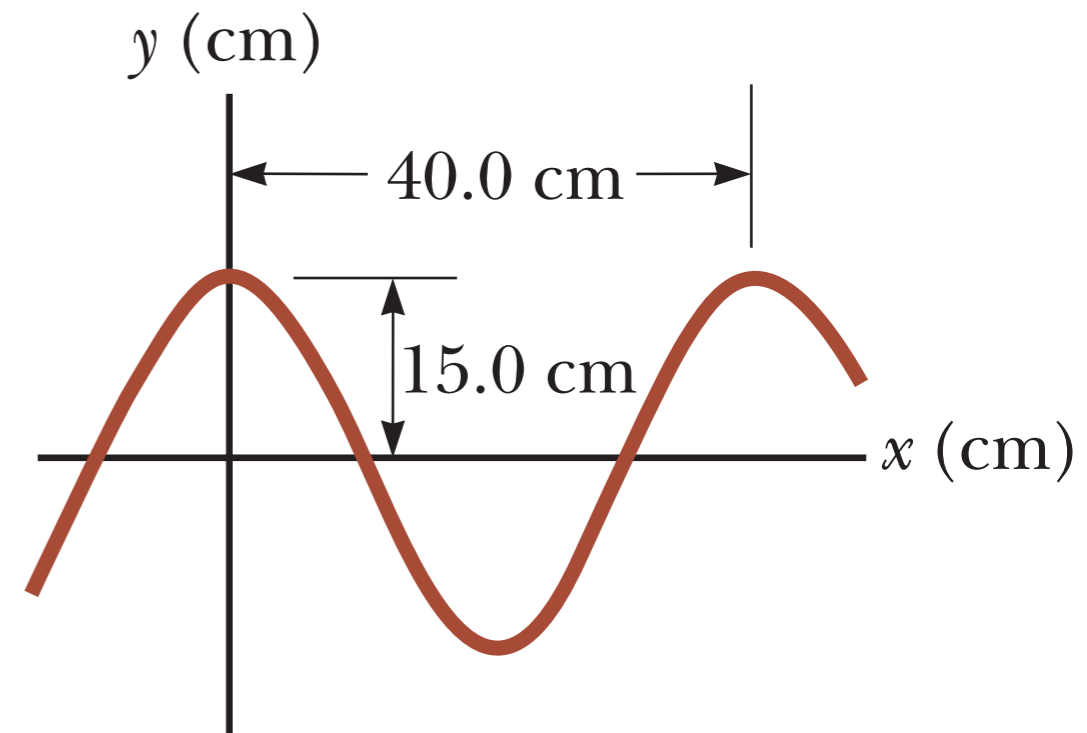
- (1) อำพัน (Amplitude)
- (2) ความยาวคลื่น
- (3) คาบ
- (4) อัตราเร็วเฟส
- (5) อัตราเร็วสูงสุดของอนุภาคตัวกลางในเส้นเชือกนี้
- (6) อัตราเร็วของอนุภาคตัวกลางที่ตำแหน่ง 6 m ณ เวลา 0.25 วินาที
- (7) อัตราเร่งของอนุภาคตัวกลางที่ตำแหน่ง 6 m ณ เวลา 0.25 วินาที

ตัวอย่าง



คลื่นรูปไซน์ตั้งออกไปในทิศ $+x$ มีค่าแอมพลิจูด (Amplitude) เท่ากับ 15 ซม. มีความยาวคลื่น 40 ซม. และมีความถี่ 8 เฮิรตซ์ ณ เวลา $t=0$ การกระจัดของอนุภาค ณ ตำแหน่ง $x=0$ คือ 15 ซม. ตามรูป จงหา

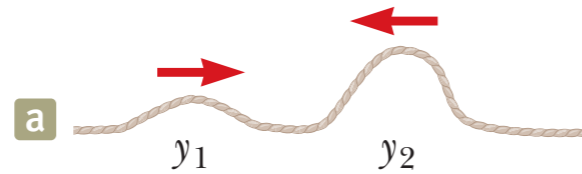
- (1) เลขคลื่น (k)
- (2) คาบ
- (3) ความถี่เชิงมุม
- (4) อัตราเร็วเฟส
- (5) ค่าคงที่ของเฟส (phase constant)
- (6) ฟังก์ชันคลื่นของคลื่นนี้



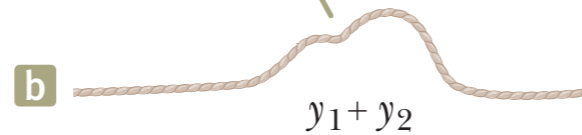
การรวมกันของคลื่น (Superposition of waves)



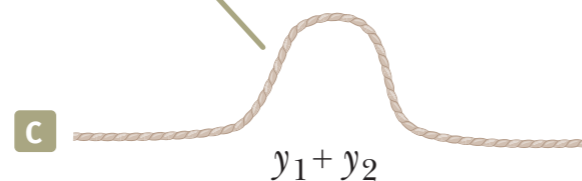
$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$$



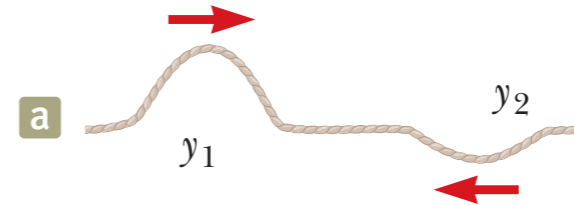
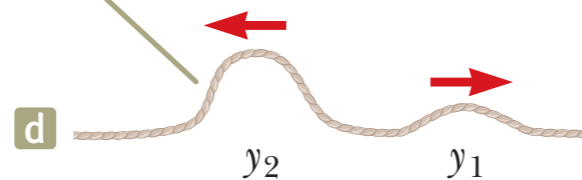
When the pulses overlap, the wave function is the sum of the individual wave functions.



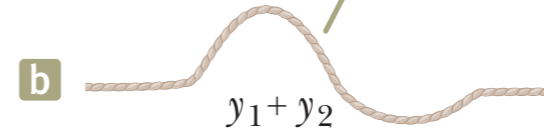
When the crests of the two pulses align, the amplitude is the sum of the individual amplitudes.



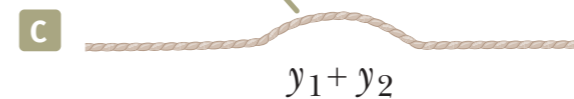
When the pulses no longer overlap, they have not been permanently affected by the interference.



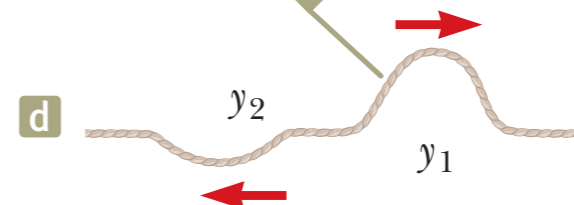
When the pulses overlap, the wave function is the sum of the individual wave functions.



When the crests of the two pulses align, the amplitude is the difference between the individual amplitudes.



When the pulses no longer overlap, they have not been permanently affected by the interference.



การรวมกันของคลื่น (Superposition of waves)



พิจารณา ในกรณีที่คลื่น 2 ขบวนวิ่งไปทางขวาเหมือนกัน มีความถี่
เดียวกัน ความยาวคลื่นเท่ากัน และอัมพล (Amplitude) เท่ากัน ต่าง
กันแค่เฟส

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t), \quad y_2 = A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

พิจารณาการรวมกันของคลื่นสองขบวนนี้

$$y = y_1 + y_2 = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

ใช้สูตรทางตรีโกณมิติ

$$\sin a + \sin b = 2 \cos \left(\frac{a - b}{2} \right) \sin \left(\frac{a + b}{2} \right)$$

เราจะได้ว่า

$$y = 2A \cos \left(\frac{\phi}{2} \right) \sin \left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2} \right)$$

การรวมกันของคลื่น (Superposition of waves)



คลื่นใหม่มีความถี่และความยาวคลื่นเท่าเดิม

$$y = 2A \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

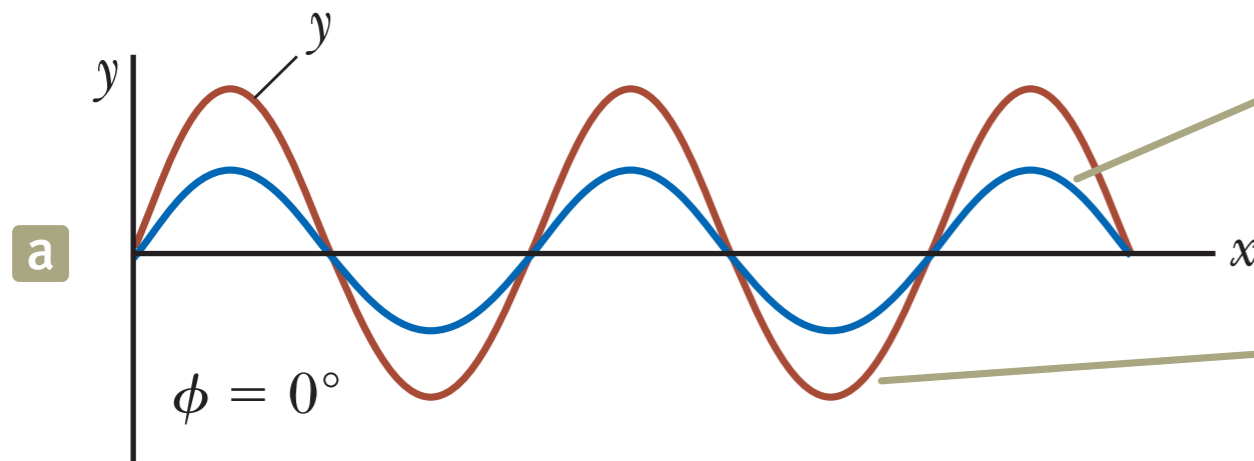
อัมพล (Amplitude) ลัพธ์มีค่าขึ้นอยู่กับความต่างเฟส

- ▶ คลื่นจะเสริมกันมากที่สุดเมื่อ $\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) = \pm 1$ หรือ $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$
- ▶ คลื่นจะหักล้างกันมากที่สุดเมื่อ $\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) = 0$ หรือ $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$

การรวมกันของคลื่น (Superposition of waves)

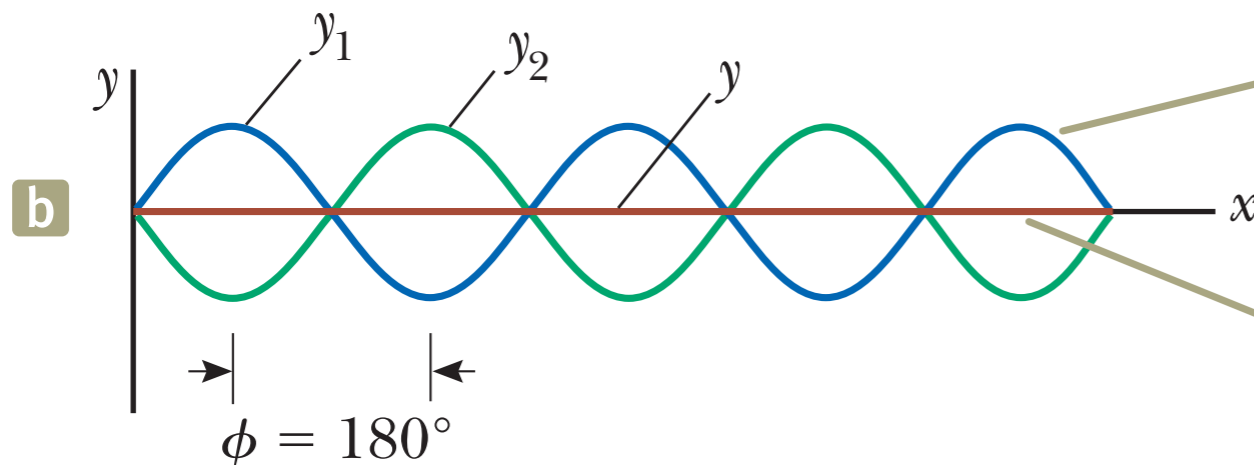


มีคลื่นสองขบวนคือ **สีเขียว** และ **สีฟ้า** คลื่นลัพธ์คือ **สีแดง**



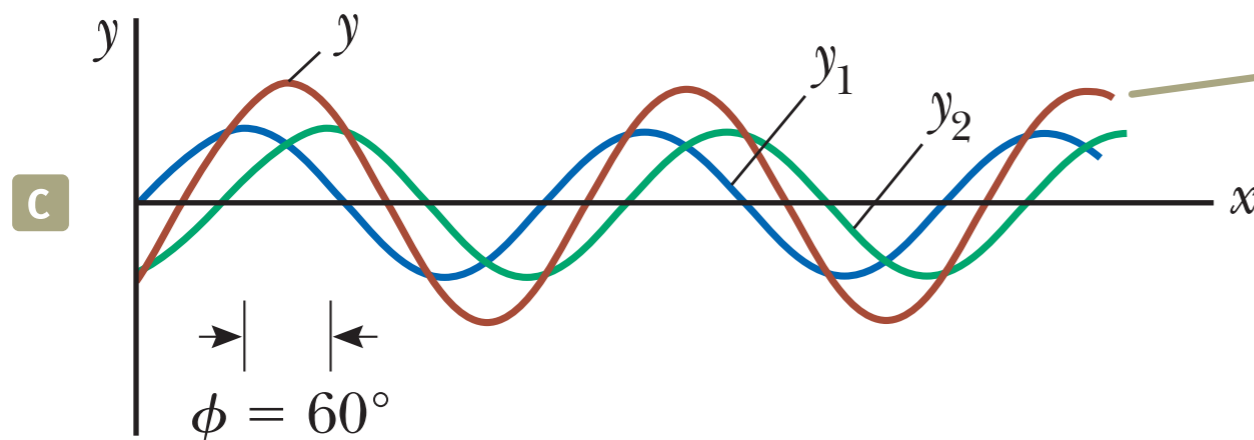
The individual waves are in phase and therefore indistinguishable.

Constructive interference: the amplitudes add.



The individual waves are 180° out of phase.

Destructive interference: the waves cancel.



This intermediate result is neither constructive nor destructive.



คลื่นรูปไซน์สองขบวนเหมือนกัน มีความยาวคลื่นเท่ากัน 3.00 m วิ่งไปในทิศทางเดียวกัน โดยมีอัตราเร็วเท่ากัน 2.00 m/s โดยคลื่นขบวนที่สองเกิดขึ้นที่เดียวกับคลื่นขบวนแรก แต่เกิดขึ้นในภายหลัง อำพลล์พ์ของการรวมการรวมกันของคลื่นทั้งสองขบวนมีขนาดเท่ากับอำพลล์พ์ของคลื่นขบวนแรก (หรือขบวนที่สอง) จงหาช่วงเวลาที่เป็นไปได้ของการเกิดคลื่นขบวนที่สองภายหลังจากการเกิดขึ้นของคลื่นขบวนแรก



พิจารณา ในกรณีที่คลื่น 2 ขบวน **วิ่งสวนทางกัน** โดยคลื่นทั้งสองขบวนมี **ความถี่เดียวกัน ความยาวคลื่นเท่ากัน และอัมพล (Amplitude) เท่ากัน**

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t), \quad y_2 = A \sin(kx + \omega t)$$

พิจารณาการรวมกันของคลื่นสองขบวนนี้

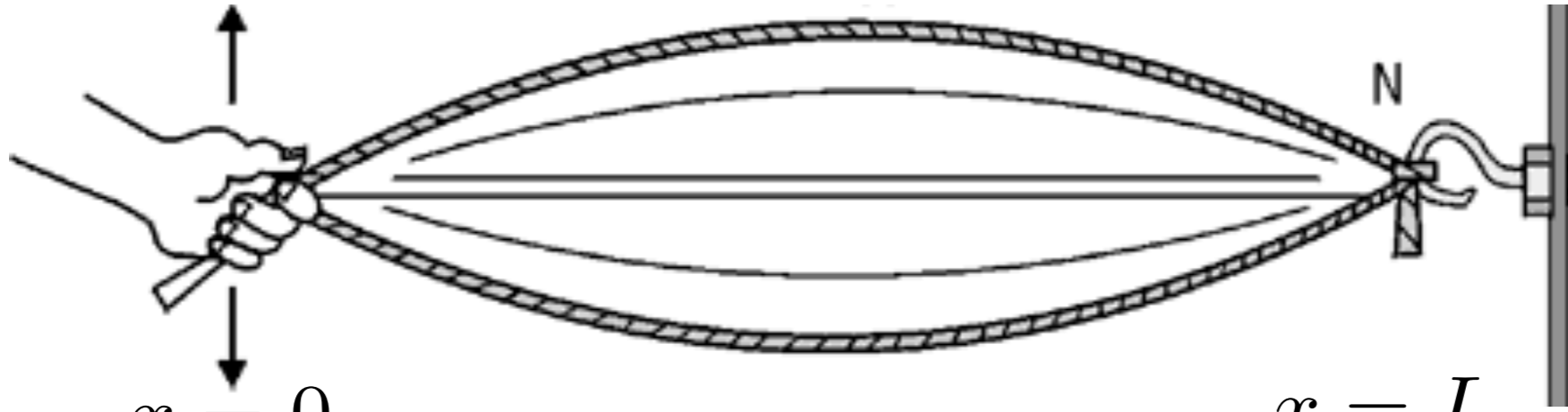
$$y = y_1 + y_2 = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t)$$

$$y = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)$$

ถ้า $\sin(kx) = 0$ จุดนั้นก็จะไม่เคลื่อนที่เลยไม่ว่าจะในเวลาใด ๆ
เราเรียกคลื่นลักษณะนี้ว่าคลื่นสถิต (Standing wave)



เงื่อนไขที่เราพิจารณาคือปลายทั้งสองเป็นปลายตรึง ไม่มีการเคลื่อนที่



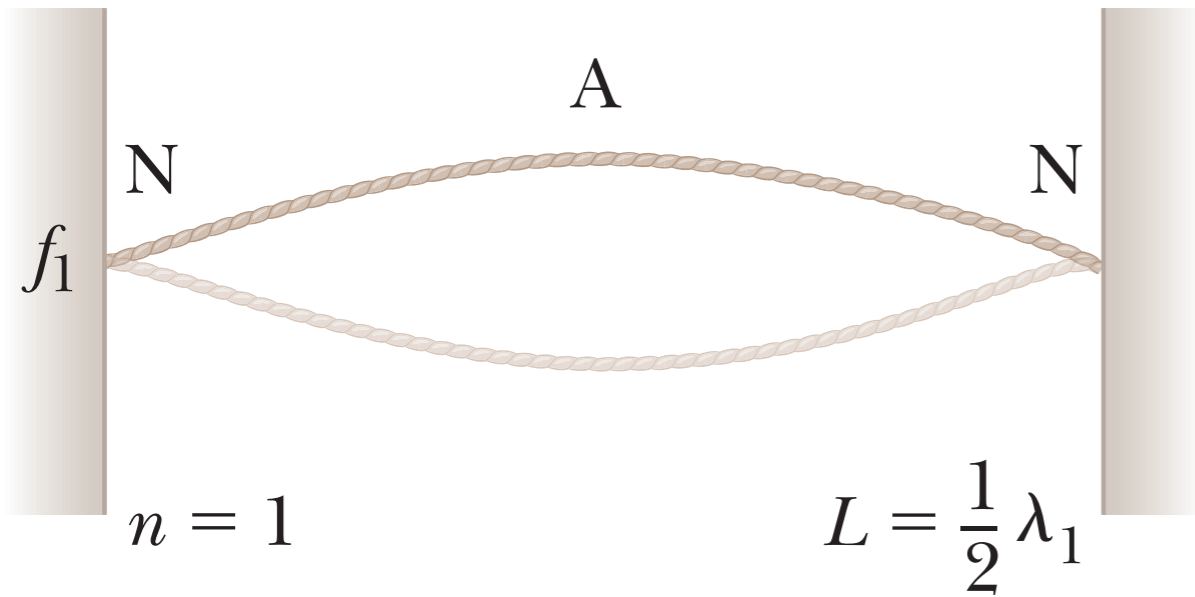
$$x = 0$$
$$\sin(k \cdot 0) = 0$$

$$x = L$$
$$\sin(k \cdot L) = 0$$
$$kL = n\pi; n = 1, 2, \dots$$

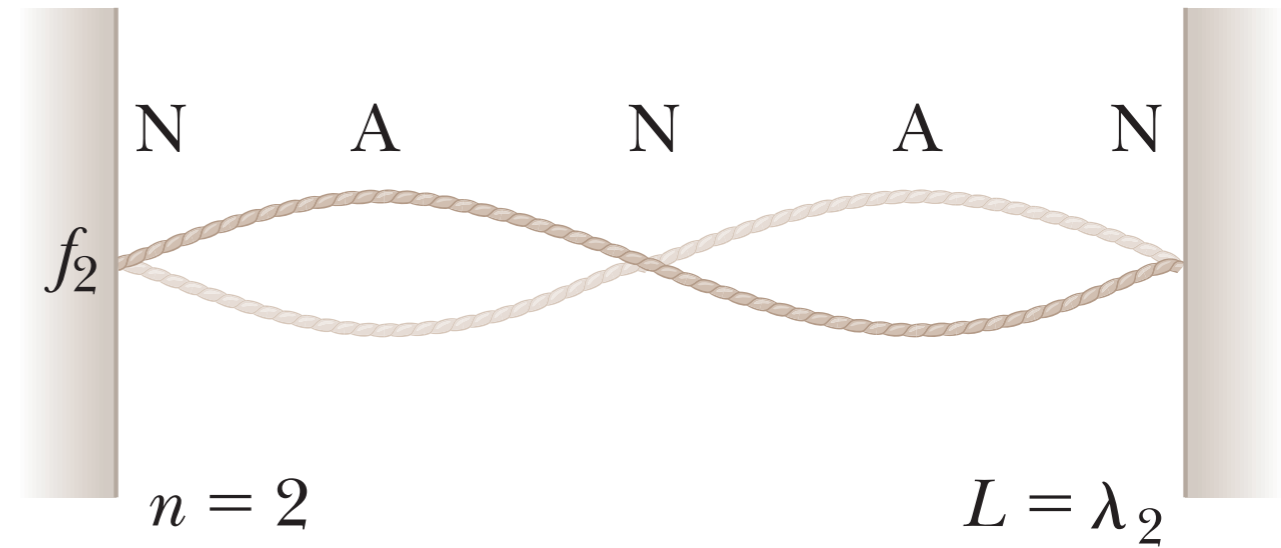
$$k_n = \frac{n\pi}{L}$$
$$\lambda_n = \frac{2\pi}{k_n} = \frac{2L}{n}$$
$$\omega_n = k_n v = \frac{n\pi v}{L}$$
$$f_n = \frac{nv}{2L}$$



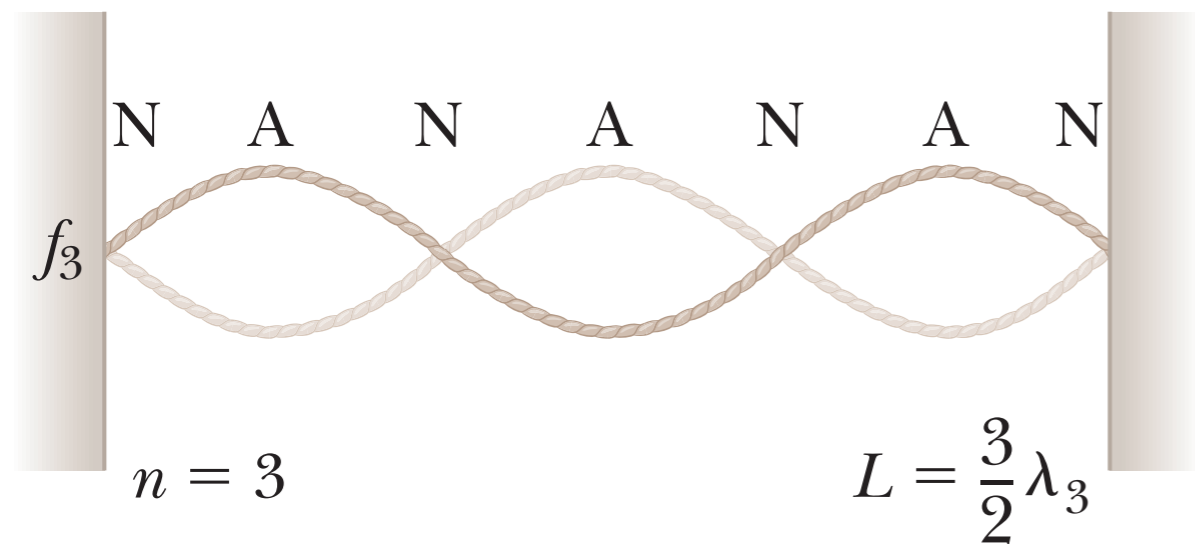
Fundamental, or first harmonic



Second harmonic



Third harmonic





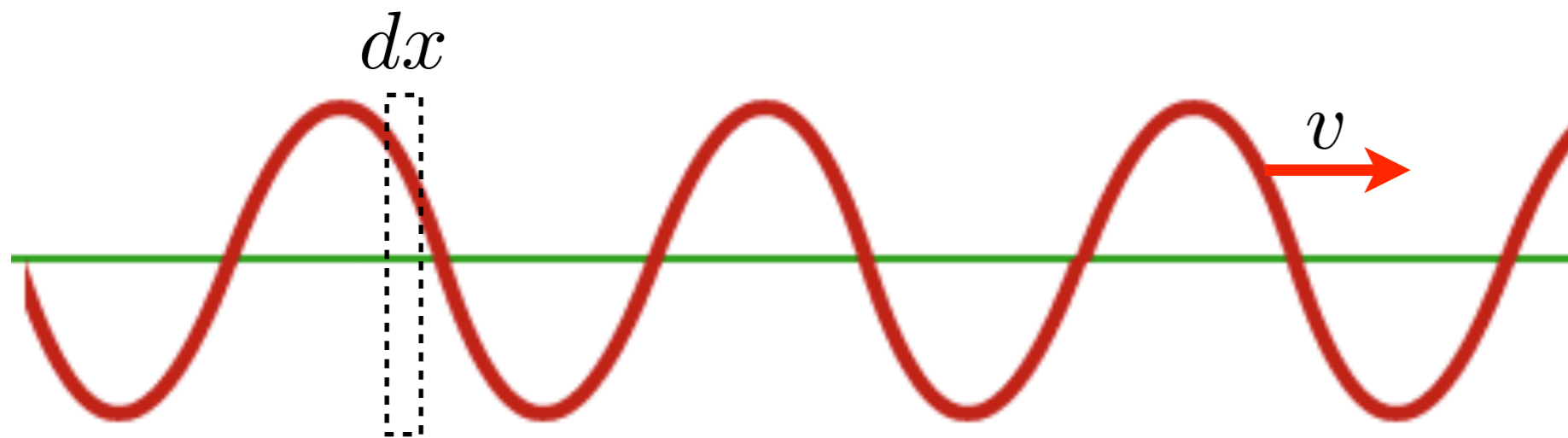
คลื่นสถิต ในเส้นเชือกมีสมการการกระจัด ในหน่วยเมตรเป็น

$$y(x, t) = 0.50 \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) \cos(40\pi t)$$

จงหา

- (1) อำพัน (Amplitude)
- (2) อัตราเร็วเฟส
- (3) ระยะห่างจะหว่างจุดบัพ 2 บัพ
- (4) อัตราเร็วของอนุภาคตัวกลางที่ตำแหน่ง 1.5 ซม. ณ เวลา $9/8$ วินาที

พลังงานของคลื่นในเส้นเชือก



$$T, \mu, v^2 = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$y(x, t) = A \sin[k(x - vt)]$$

พิจารณาพลังงานจลน์ของก้อนมวล dm ที่แกว่งขึ้นลง

$$dE_k = \frac{1}{2} (dm) v_y^2 \longleftarrow \frac{\partial y}{\partial t} = -Akv \cos[k(x - vt)]$$

$$dm = \mu dx$$

$$E_k = \frac{1}{2} \mu A^2 k^2 v^2 \int_0^\lambda \cos^2 k(x - vt) dx = \frac{\lambda}{2}$$

$\frac{2\pi}{\lambda}$ $\sqrt{\frac{T}{\mu}}$

พลังงานของคลื่นในเส้นเชือก



$$\begin{aligned} \text{พลังงานจลน์ของ 1 wavelength } E_k &= \frac{A^2 \pi^2 T}{\lambda} \\ &= \frac{1}{4} \mu \omega^2 A^2 \lambda \end{aligned}$$

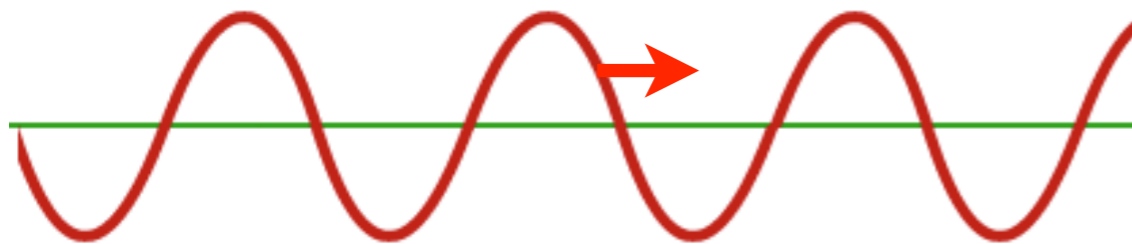
ในกรณีนี้พลังงานศักย์ของคลื่น 1 wavelength จะมีค่าเท่ากับพลังงานจลน์ของคลื่น 1 wavelength

$$\begin{aligned} E_{total} &= \frac{2A^2 \pi^2 T}{\lambda} \\ &= \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \lambda \end{aligned}$$

พลังงานของคลื่นในเส้นเชือก



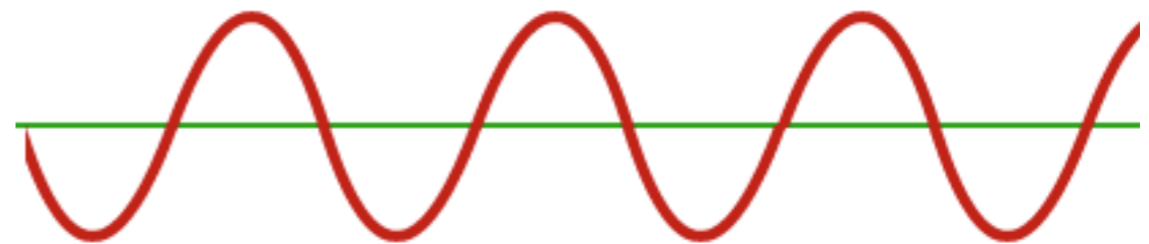
คลื่นที่เคลื่อนที่ไป
Traveling wave



พิจารณาพลังงาน ณ ขณะหนึ่ง ๆ

$$E_{total} = \frac{2A^2\pi^2T}{\lambda}$$

คลื่นสถิต
Standing wave



พิจารณาพลังงาน ณ ขณะหนึ่ง ๆ
เลือกขณะที่คลื่นกำลังจะ
เคลื่อนที่กลับทิศ (บนสุดกลับลง
ล่าง หรือล่างสุดจะขึ้นบน) คลื่น
จะมีแต่พลังงานศักย์เท่านั้น

$$E_{total} = \frac{A^2\pi^2T}{\lambda}$$

อัตราการส่งผ่านพลังงานของคลื่นในเส้นเชือก



กำลังเฉลี่ย หรืออัตราการส่งผ่านพลังงานเฉลี่ย (ทั้งพลังงานจลน์ และ พลังงานศักย์)

$$\begin{aligned} P &= \frac{E}{t} = \frac{A^2 \pi^2 T v}{\lambda} \frac{v}{\lambda} \\ &= \frac{A^2 \pi^2 T v}{\lambda^2} \\ &= \frac{1}{2} \mu v \omega^2 A^2 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง



ลวดเส้นหนึ่งมีมวลต่อหน่วยความยาว 525 g/m มีความตึง 45 N ถ้าปล่อยคลื่นที่มีความถี่ 120 Hz และมีอัมพลน 8.5 mm ให้เคลื่อนที่บนเส้นลวด คลื่นจะส่งผ่านพลังงานด้วยอัตราเท่าไร



จงพิสูจน์กฏการอนุรักษ์พลังงาน ในกรณีที่คลื่นสองขบวนวิ่งสวนทางกัน
แล้วเกิดเป็นคลื่นสถิต