Image by Dimitris Vetsikas from Pixabay

2304103: GEN PHYS I

Update: Sep 21, 2021

Wave motion and sound waves

- Propagation of a disturbance and types of mechanical waves
- Wave function & wave equation
- Sinusoidal wave
- Superposition of waves, Standing wave, Beat
- Rate of energy transfer by sinusoidal wave on string
- Sound wave
  - Speed of sound wave
  - Intensity of periodic sound wave
  - Doppler effect

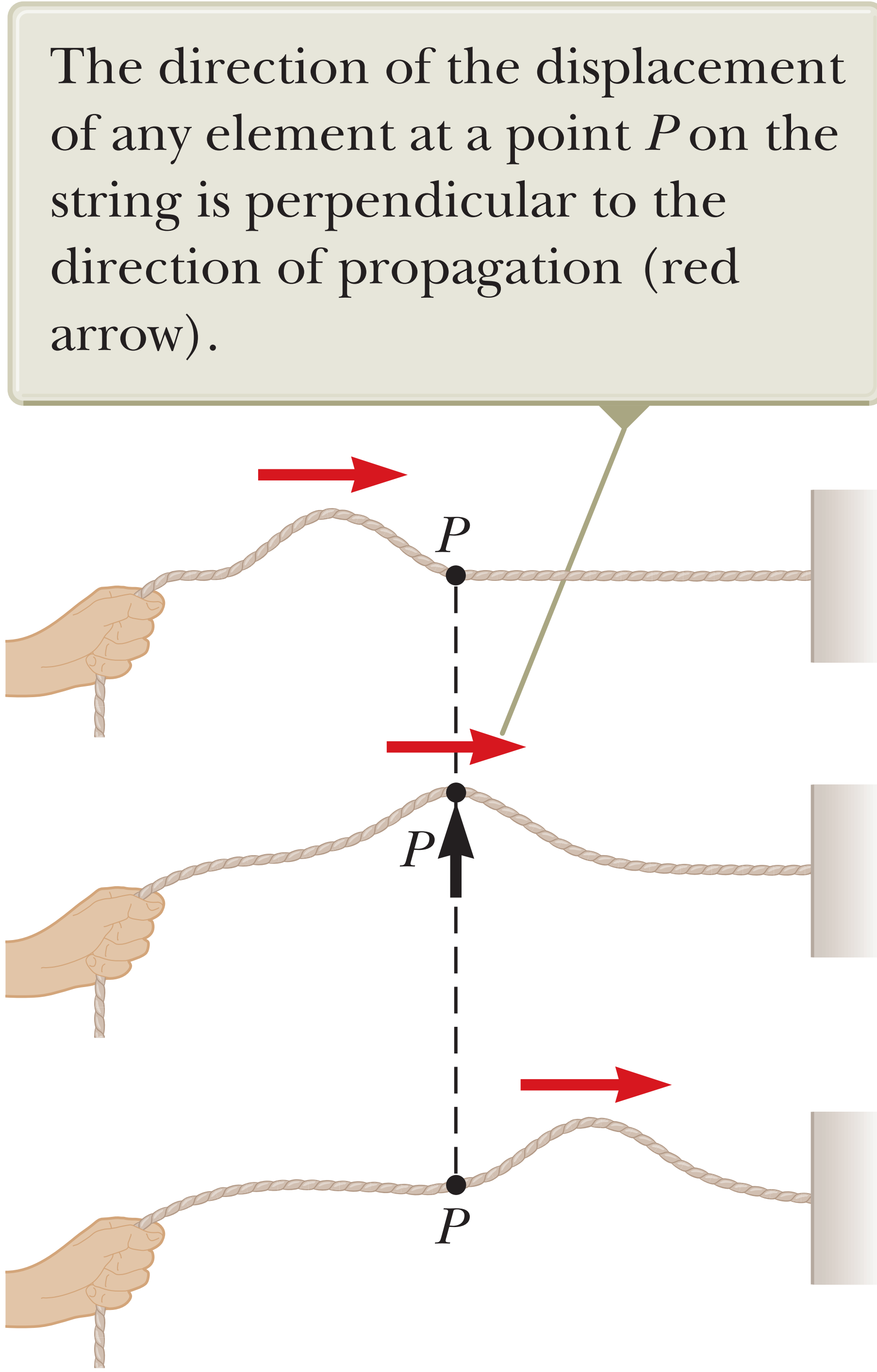
N. Srimanobhas (Norraphat.Srimanobhas@cern.ch)
https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/Main/PhatSrimanobhasTeaching

คลื่นกล (Mechanical wave)

คลื่นที่เคลื่อนที่ไปโดยการสั่นของตัวกลาง มีการส่งผ่านพลังงานไปในตัวกลาง

- ต้องมีการรบกวนระบบ (ใส่พลังงานเข้าไปในระบบ)
- ต้องอาศัยตัวกลาง แต่ตัวกลาง**ไม่ได้เคลื่อนที่ตามคลื่น แต่จะสั่นไปมารอบจุดสมดุล**
- การเคลื่อนที่ของคลื่นจะส่งผ่านพลังงานจากบริเวณหนึ่ง ๆ ของตัวกลางไปสู่บริเวณอื่น ๆ

คลื่นตามขวาง (Transverse wave)



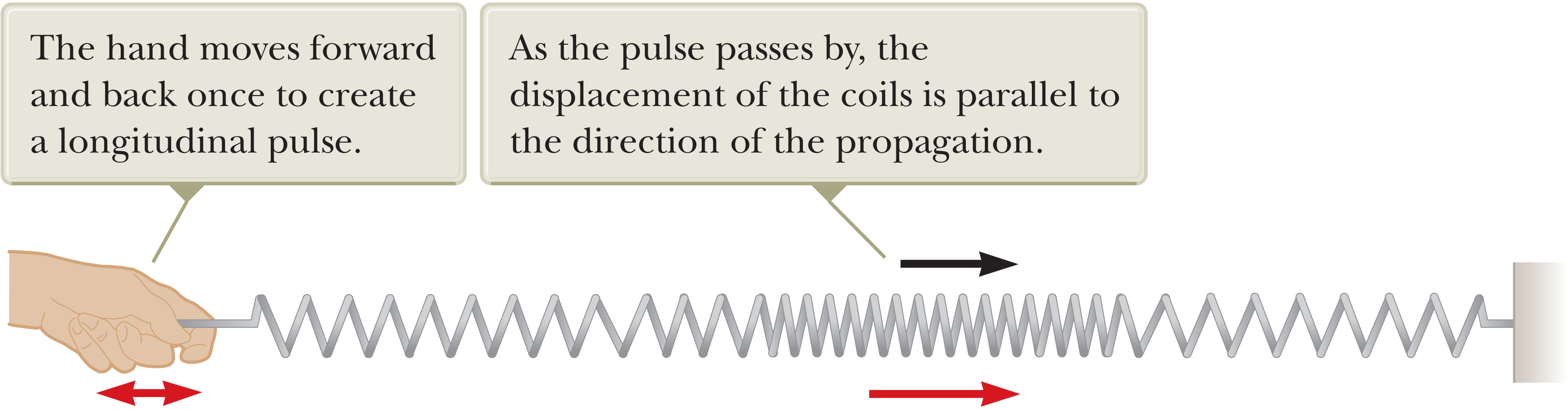
อนุภาคตัวกลางเคลื่อนที่ (หรือสั่น) ในแนวตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ของคลื่น ตัวอย่างเช่น

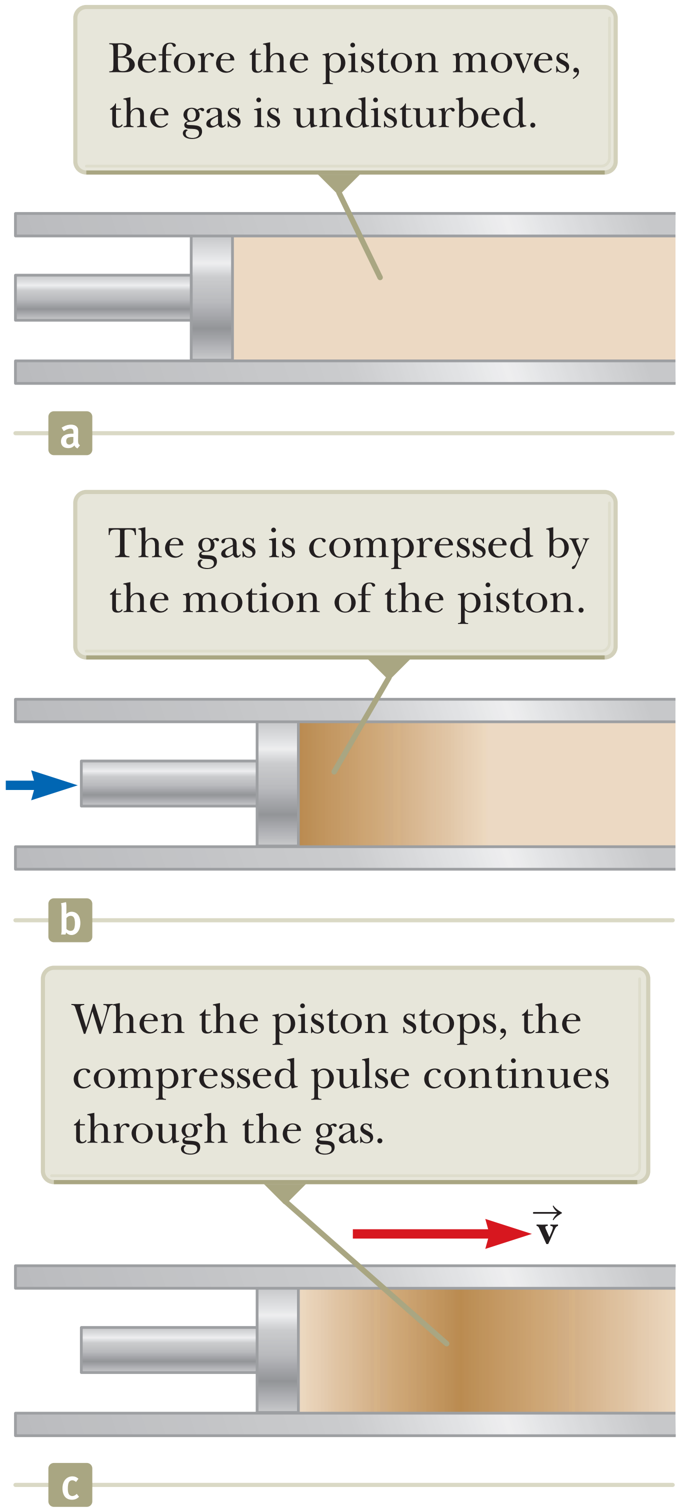
- คลื่นในเส้นเชือก

คลื่นตามยาว (Longitudinal wave)

อนุภาคตัวกลางเคลื่อนที่ (หรือสั่น) ในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ของคลื่น ตัวอย่างเช่น

- คลื่นเสียง
- คลื่นในสปริง

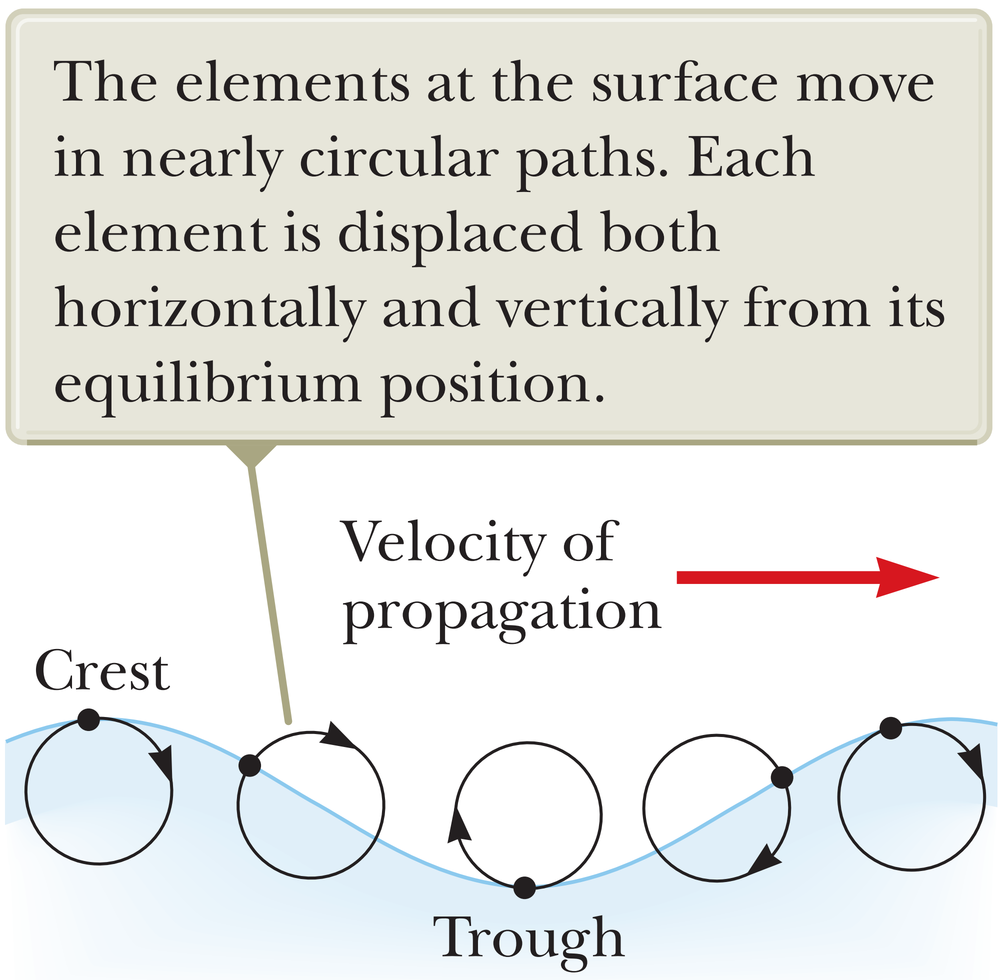


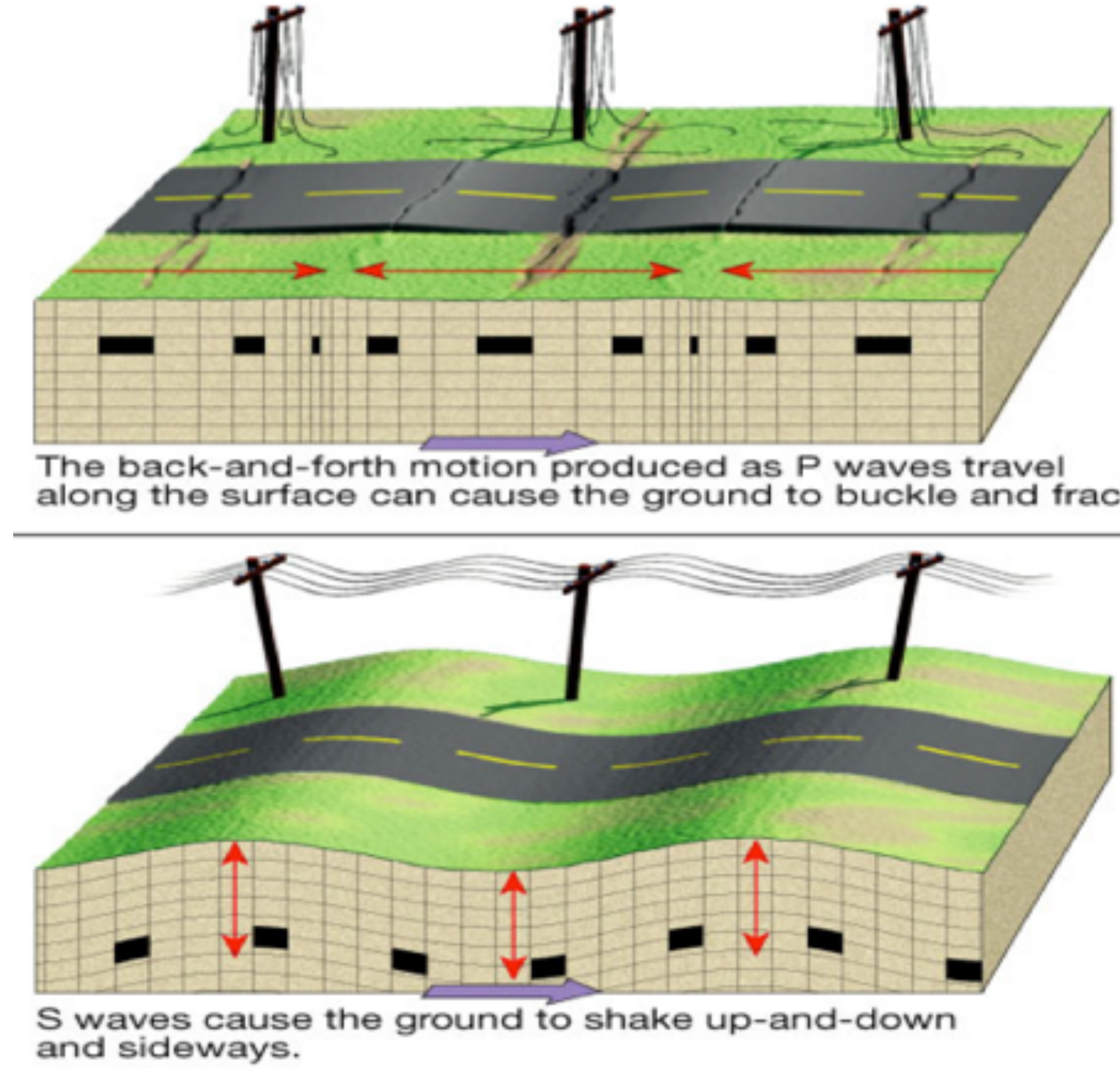


คลื่นที่ผิว (Surface waves)

อนุภาคตัวกลางเคลื่อนที่ (หรือสั่น) ทั้ง 2 แนว

- คลื่นผิวน้ำ
- คลื่นแผ่นดินไหว

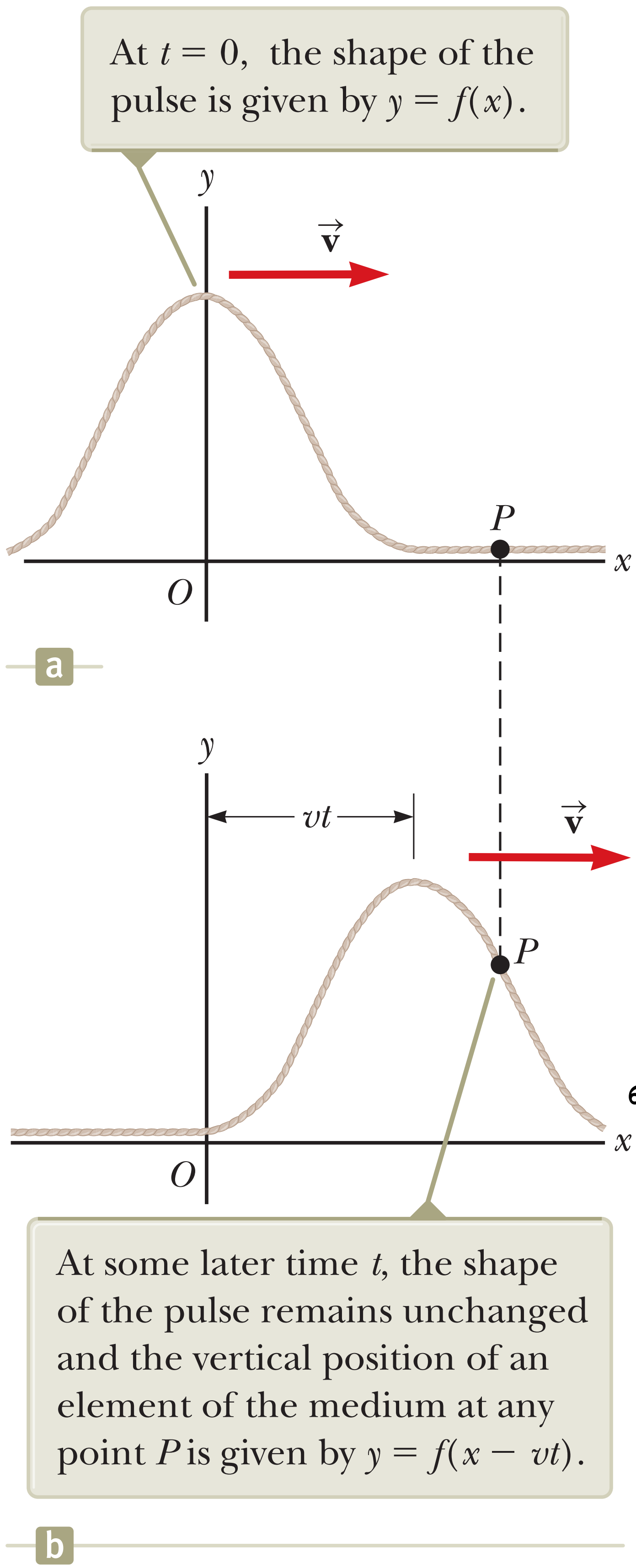




Primary **waves**

Secondary **waves**

ฟังก์ชั่นคลื่น (Wave function)



พิจารณาความสูงของคลื่นที่เวลา t_1 และ t_2

$$y(x_1, t_1) = f(x_1 \pm vt_1)$$

$$y(x_2, t_2) = f(x_2 \pm vt_2)$$

เมื่อคลื่นเคลื่อนที่ไป รูปทรงของคลื่นยังเหมือนเดิม

$$y(x_1, t_1) = y(x_2, t_2)$$

หรือ

$$x_1 \pm vt_1 = x_2 \pm vt_2$$

พิจารณา ให้เวลาตอนเริ่มต้นเท่ากับศูนย์

$$t_1 = 0$$

ให้มีค่าคงที่ (เริ่มต้น)

$$x_1 = x_2 \pm vt_2$$

มองเข้าหาคลื่น

คงที่

$x_1 = x_2 - vt$ → t เพิ่ม x_2 ต้องเพิ่ม → คลื่นไปทาง $+x$

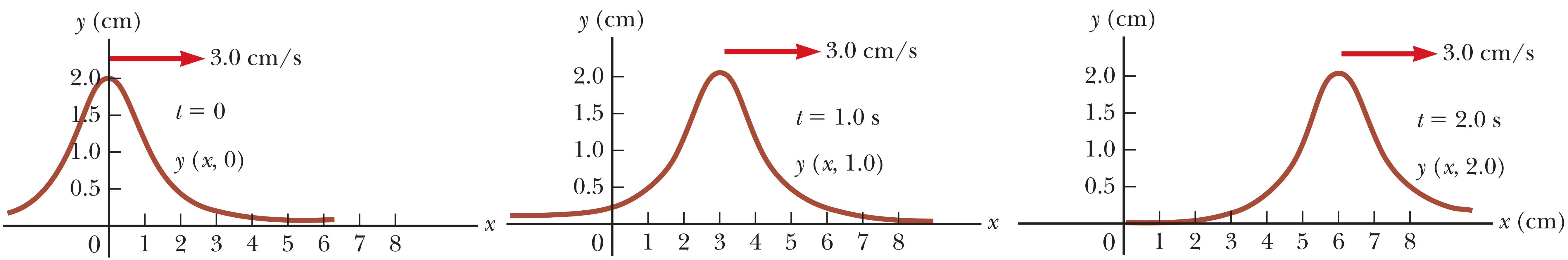
$x_1 = x_2 + vt$ → t เพิ่ม x_2 ต้องลด → คลื่นไปทาง $-x$

ตัวอย่าง

คลื่นลูกหนึ่งเคลื่อนที่ไปทางขวาตามแนวแกน x ด้วยฟังก์ชั่นคลื่น

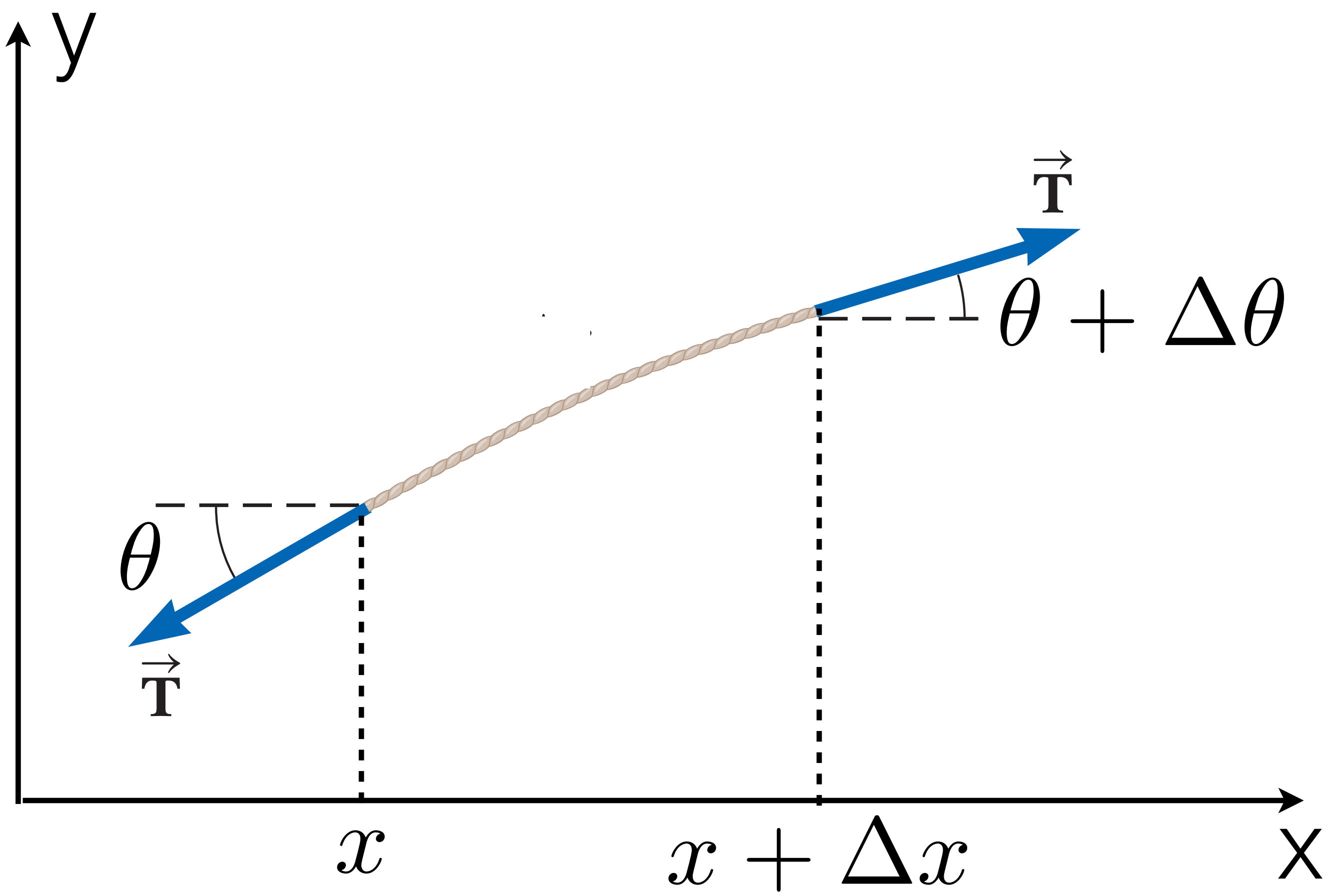
$$y(x,t) = \frac{2}{(x-3.0t)^2+1}$$

จงพิจารณาฟังก์ชั่นคลื่นที่เวลา t = 0,1 และ 2 วินาทีตามลำดับ โดย x และ y อยู่ในหน่วยเซนติเมตร



สมการคลื่น (Wave equation)

พิจารณาคลื่นในเส้นเชือก



จากกฎข้อ 2 ของนิวตันในทิศ y

ให้ μ เป็นมวลต่อหน่วยความยาว

$$(dm) = \mu(\Delta x)$$

หาค่า $\tan(\theta)$

y ขึ้นอยู่กับ x และเวลา t

$$\tan(\theta) = \frac{\partial y}{\partial x}$$

จากรูปพิจารณา ณ เวลาหนึ่ง ๆ เท่านั้น

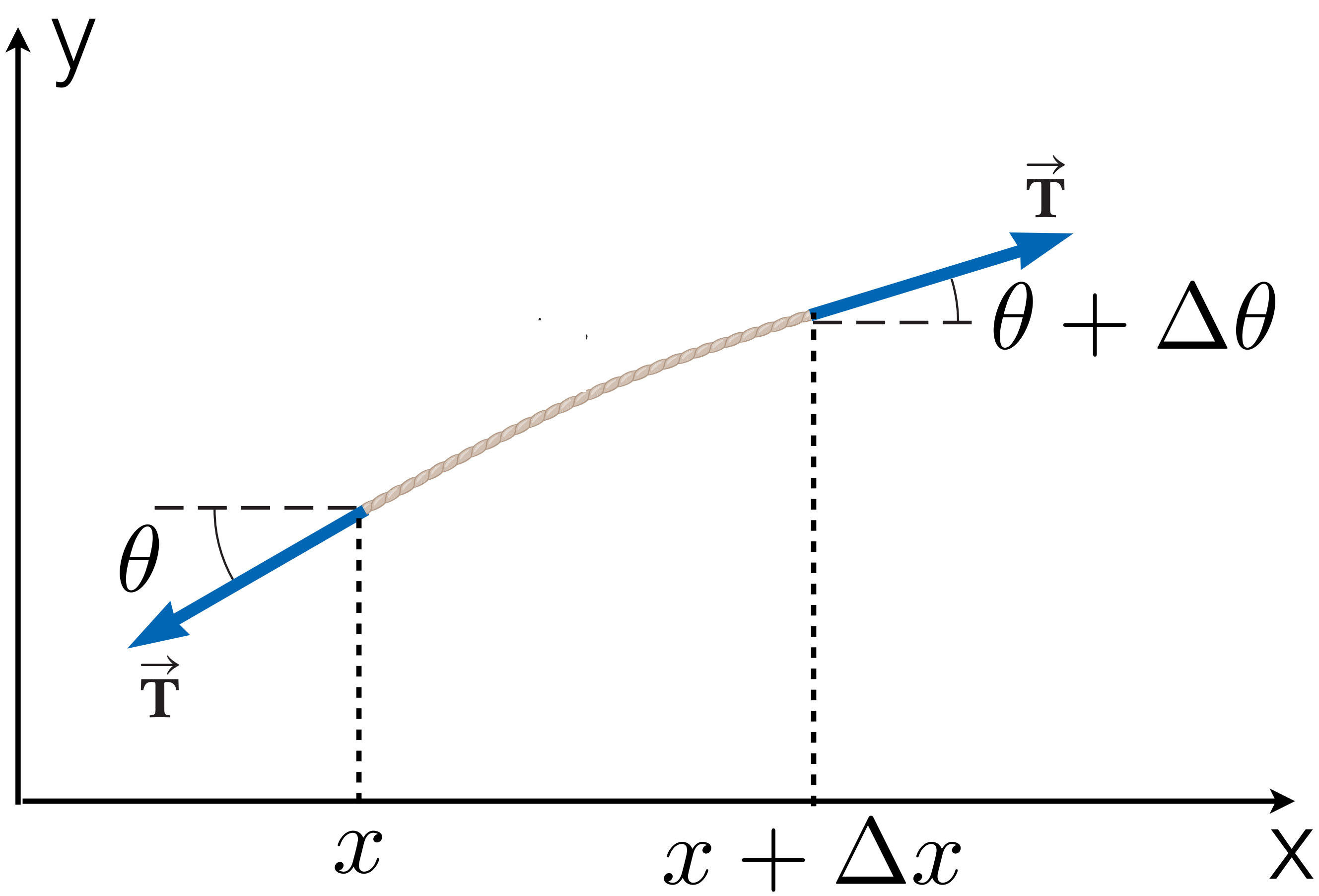
ทำ Derivative เทียบ x

พิจารณามุมเล็ก ๆ เทอมนี้ = 1

$$\frac{1}{\cos^2\theta}\frac{d\theta}{dx} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

สมการคลื่น (Wave equation)

พิจารณาคลื่นในเส้นเชือก

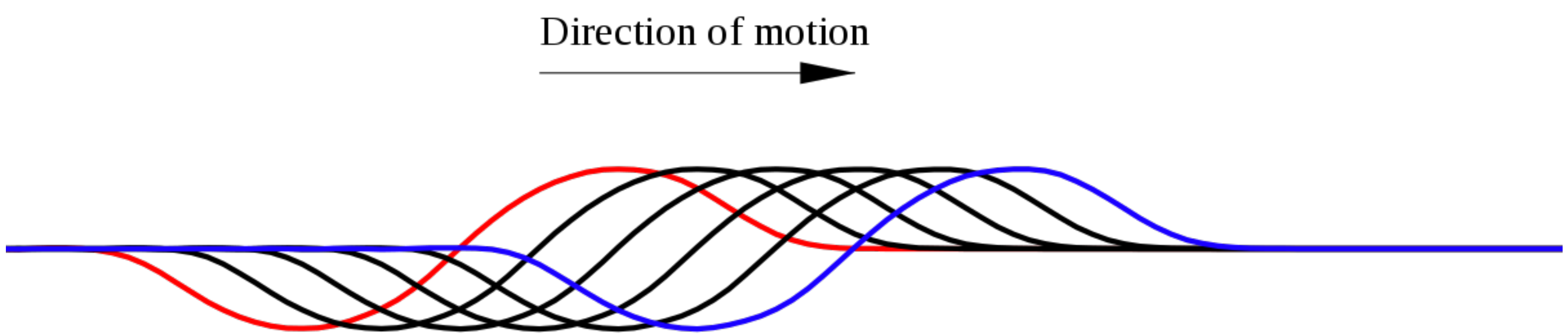


แทนค่าไปในกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน

เราจะได้รูปทั่วไปของ**สมการคลื่น**

อัตราเร็วของคลื่นในเส้นเชือก

พิจารณาคลื่นเคลื่อนที่ไปทางขวาเมื่อมองจากผู้สังเกตุภายนอก (โลก)



ลองมองคลื่นจากกรอบอ้างอิงเฉื่อยที่ต่างกัน เช่น มองจากกรอบอ้างอิงที่เคลื่อนที่ไปพร้อมกับลูกคลื่นด้วยอัตราเร็วที่เท่ากัน และใช้กฎของนิวตันเพื่อพิสูจน์ว่า $v = \sqrt{T/\mu}$

ตัวอย่าง

จงแสดงว่าฟังก์ชั่นคลื่นต่อไปนี้เป็นคำตอบที่เป็นไปได้ของสมการคลื่น โดยที่ b เป็นค่าคงที่

$$(\mathrm{a})\; y(x,t) = \ln[b(x - vt)]$$

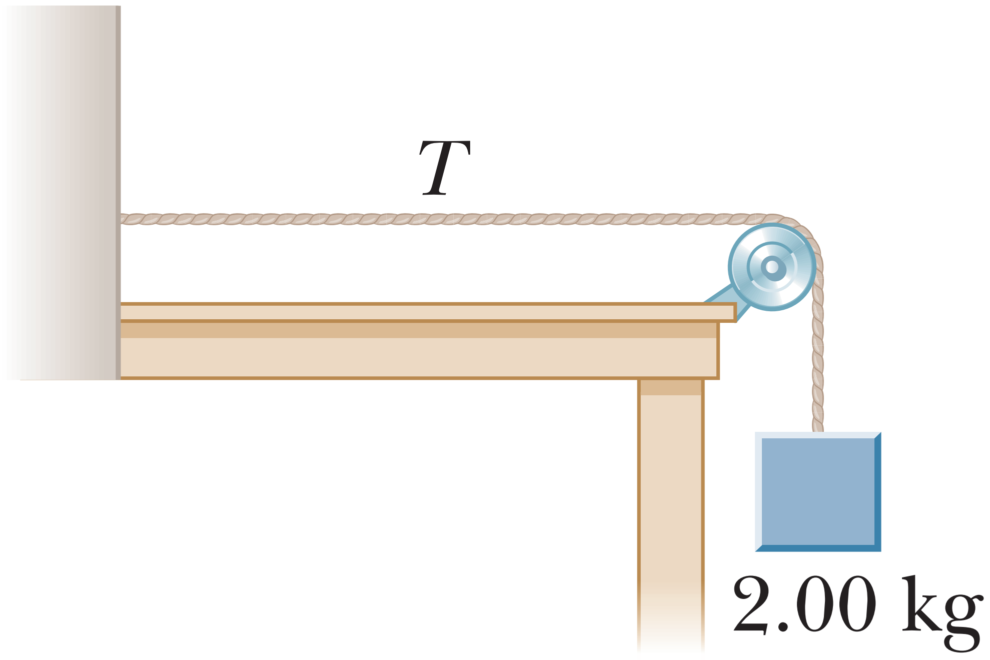
$$(\mathrm{b})\; y(x,t) = e^{b(x-vt)}$$

$$(\mathrm{c})\; y(x,t) = x^2 + v^2t^2$$

ตัวอย่าง

ตัวอย่าง

เชือกเส้นหนึ่งมีมวล 0.3 kg และยาว 6 m (ตามรูป) ยึดเชือกด้านหนึ่งไว้กับกำแพง อีกด้านหนึ่งคล้องผ่านรอกและผูกไว้กับมวล 2.0 kg จงหาความเร็วของคลื่นบนเชือกเส้นนี้

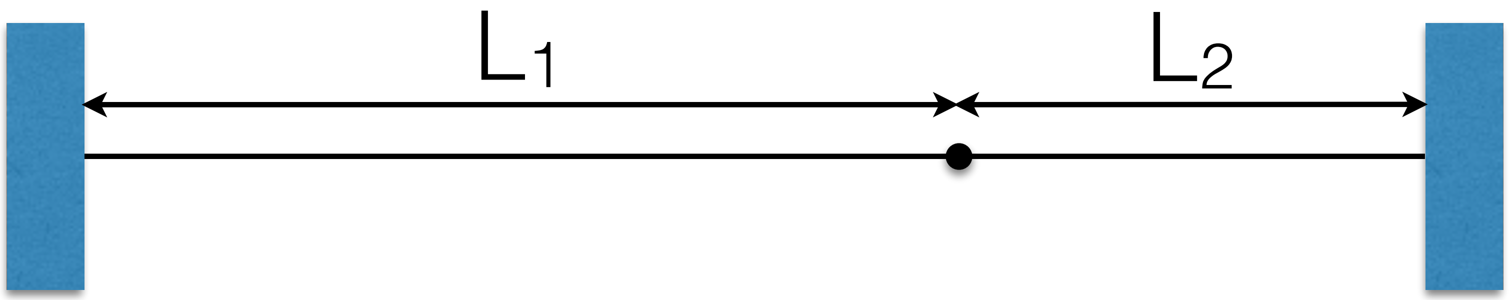


ตัวอย่าง

จากรูป เชือกสองเส้นผูกปมเชื่อมเข้าด้วยกัน แล้วผูกปลายที่เหลือเข้ากับจุดตรึง กำหนดให้มวลต่อหน่วยความยาวของเชือกทั้งสองเส้นเป็น

$$\mu_1 = 1.4 \times 10^{-4}\mathrm{Kg/m}, \mu_2 = 2.8 \times 10^{-4}\mathrm{Kg/m}$$

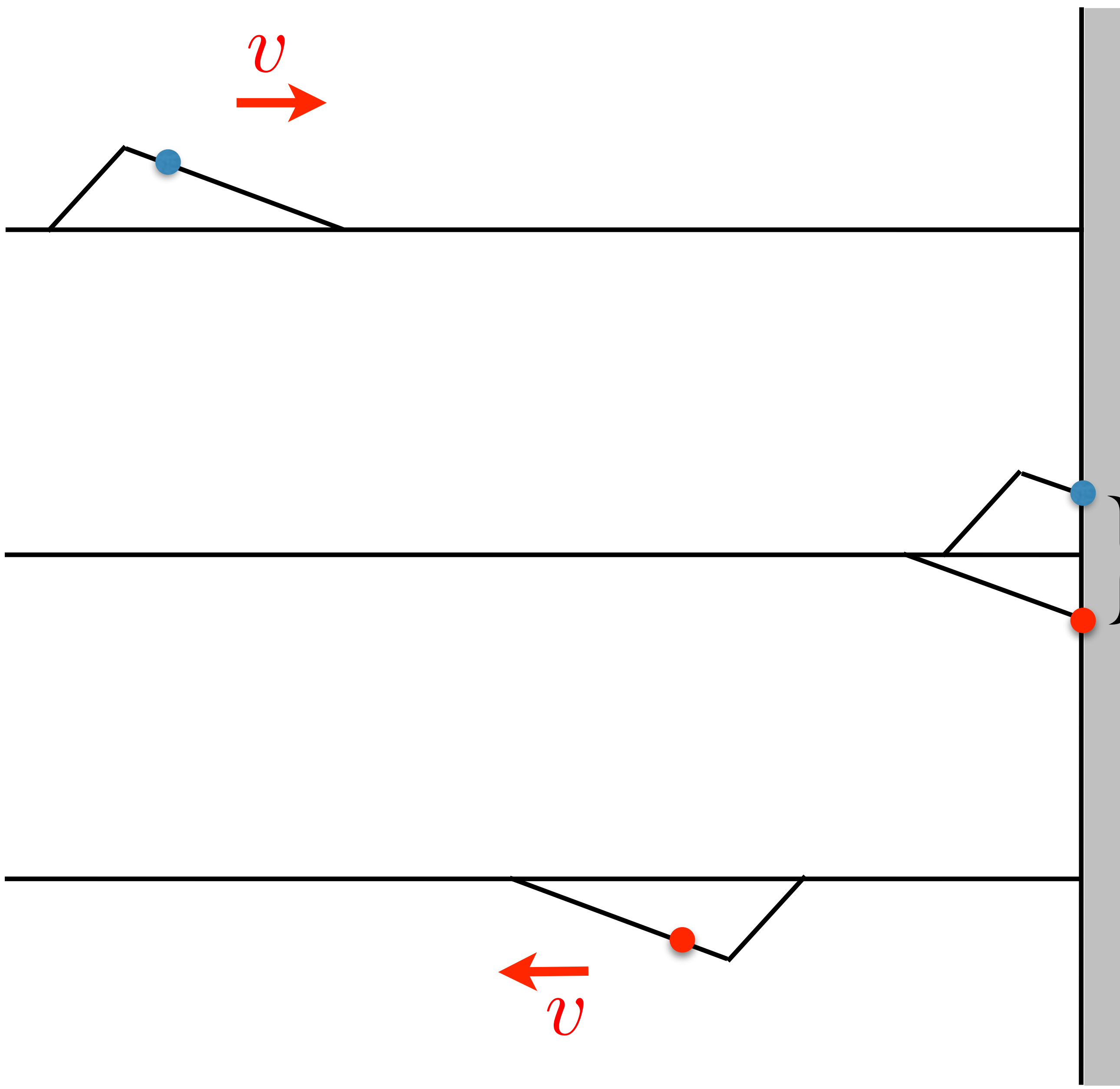
กำหนดความยาวของเชือกเส้นที่หนึ่งเป็น L_1 = 3.0 m และ ของเชือกเส้นที่สอง L_2 = 2.0 m และเชือกเส้นที่หนึ่งมีแรงตึงเท่ากับ 400 N ถ้ามีการส่งคลื่นดลจากจุดตรึงที่ปลายเชือกทั้งสองออกมาพร้อมกัน ให้มีทิศทางวิ่งเข้ามาหาปม คลื่นดลจากปลายใดจะถึงปมของเชือกก่อนกัน



ตัวอย่าง

การสะท้อนของคลื่นในเส้นเชือก (ปลายตรึง/ปิด)

$$\frac{\partial y}{\partial t} = 0$$

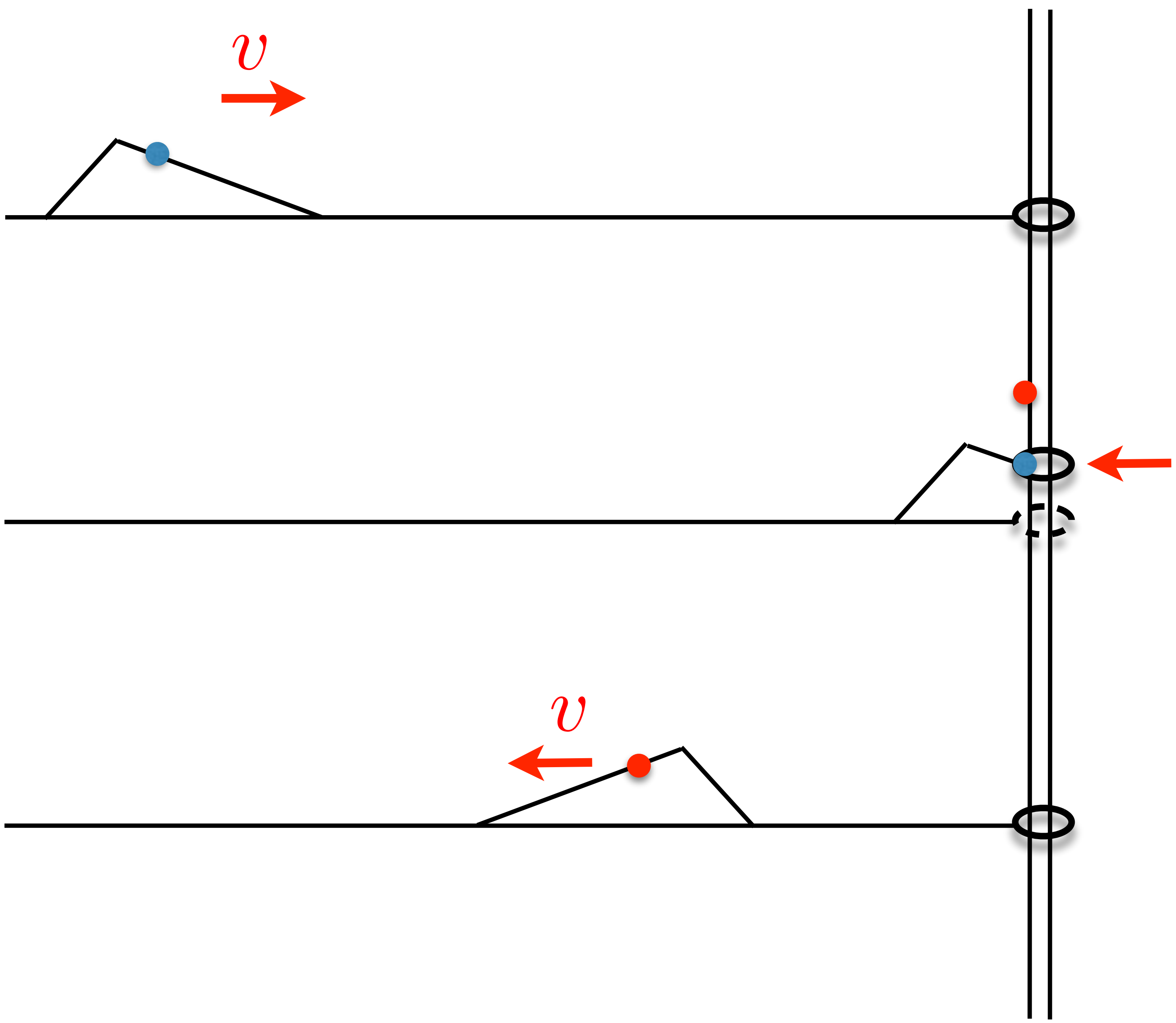


"ในการสะท้อนปลายตรึง คลื่นสะท้อนมีการกลับด้าน (จากบนเป็นล่าง ตามรูป) แต่รูปร่างเหมือนเดิม"

รวมแล้วได้ $y = 0$

จุดตรึงสร้างคลื่นสะท้อนขึ้นมา

การสะท้อนของคลื่นในเส้นเชือก (ปลายอิสระ/เปิด)

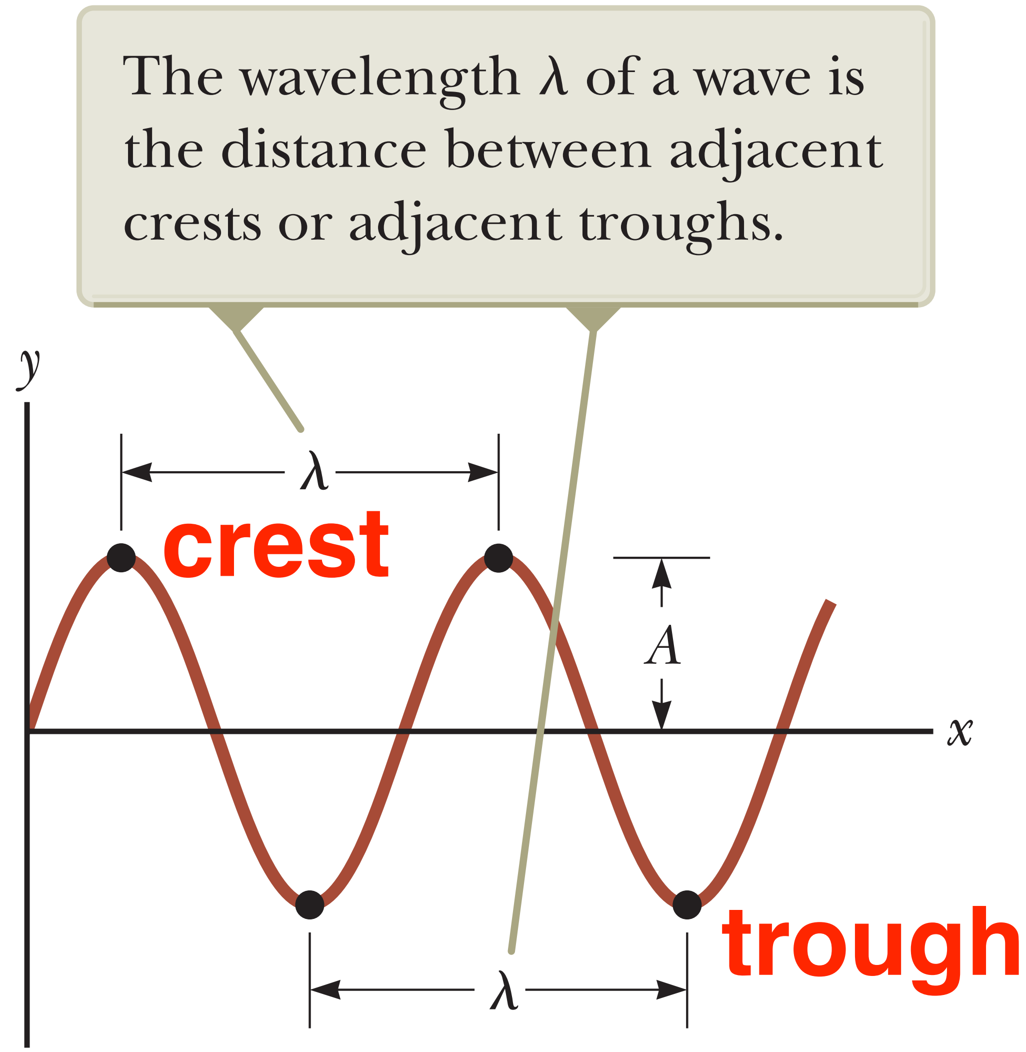


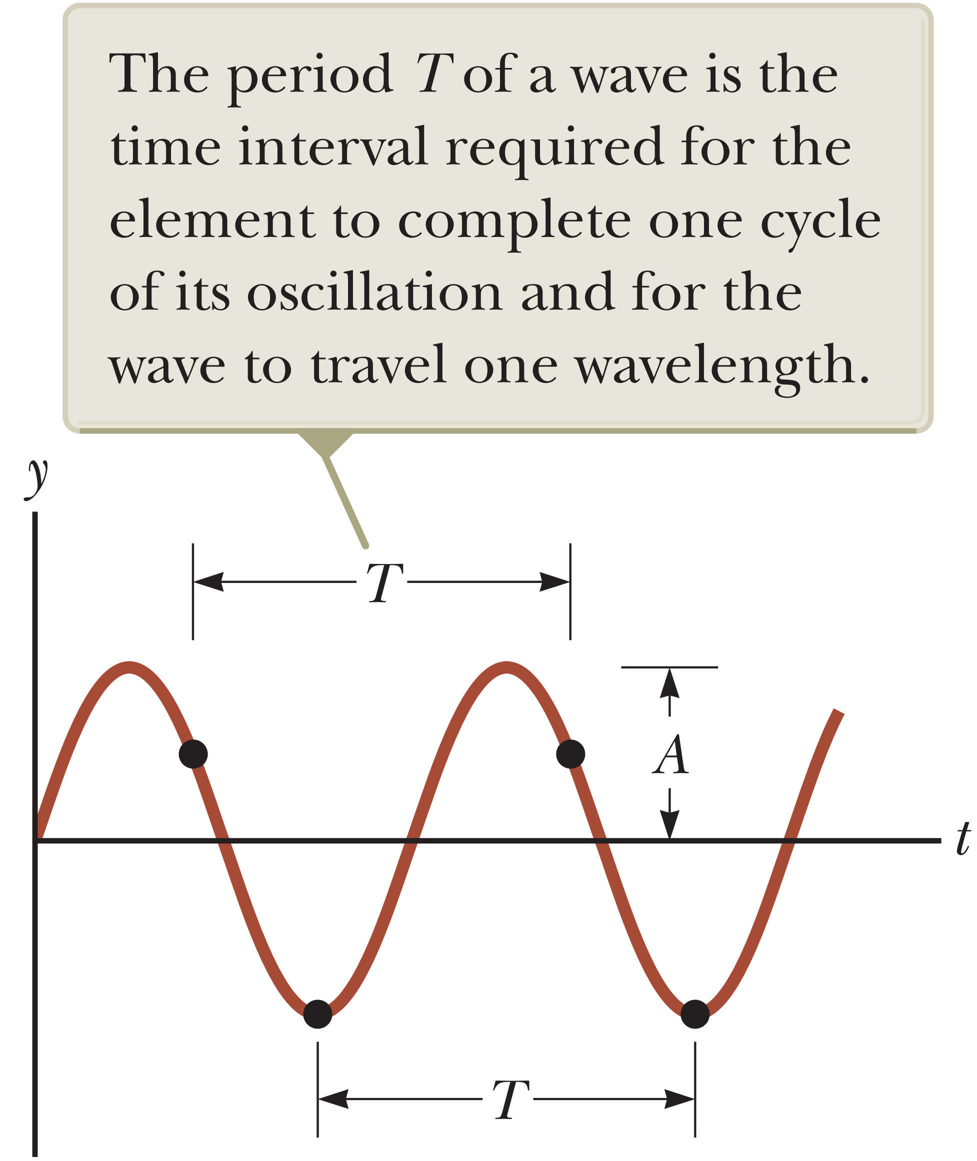
“ในการสะท้อนปลายอิสระ คลื่นสะท้อนจะวิ่งกลับด้านเดิม (ด้านบน ตามรูป) และรูปร่างเหมือนเดิม”

<u>พิเศษตรงบริเวณวงแหวนไร้มวล</u>

วงแหวนได้ผลจากคลื่นที่เข้ามา ในขณะเดียวกันก็สร้างคลื่นที่มี Amplitude เดียวกันไปพร้อม ๆ กัน บริเวณนี้เราจะเห็นคลื่นมี Amplitude เป็น 2 เท่าของของเดิม

คลื่นรูปไซน์ (Sinusoidal wave)

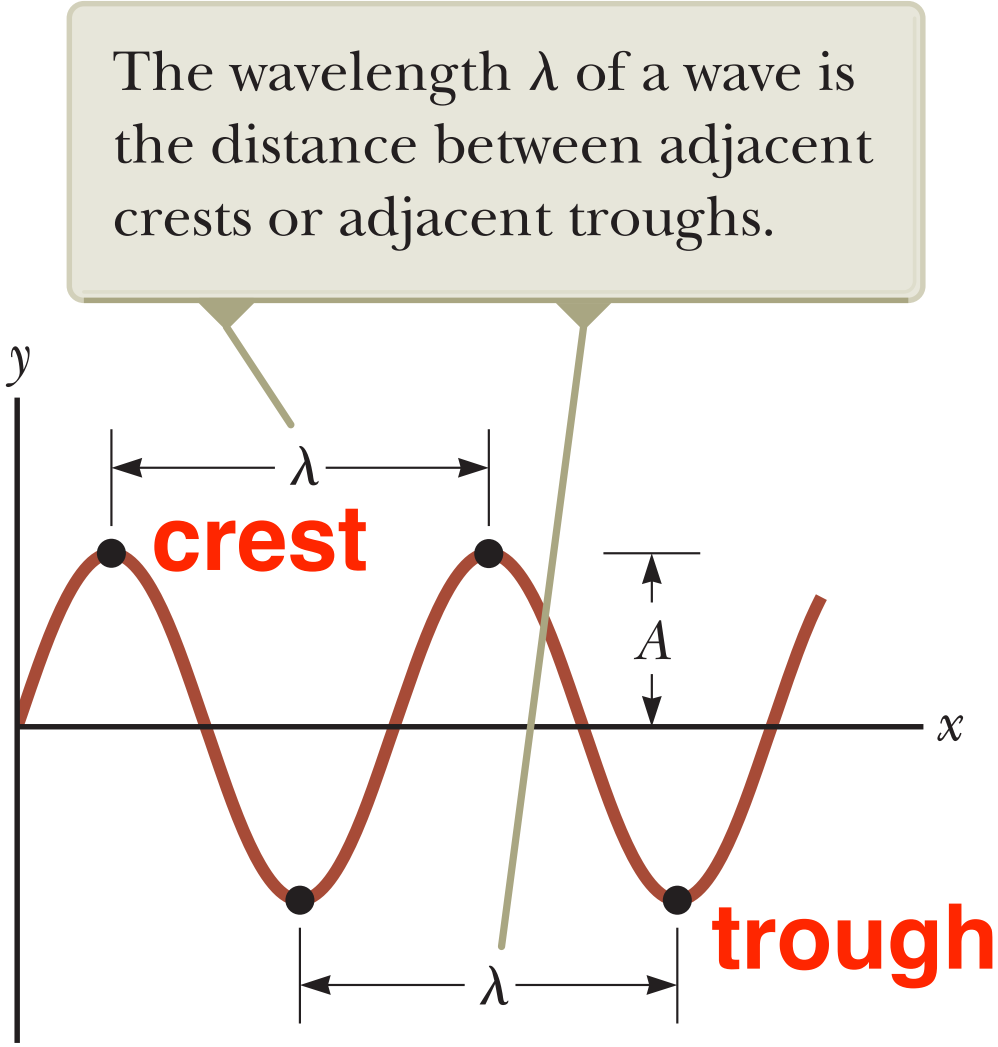




ตำแหน่งของกลุ่มของอนุภาค ในเวลาหนึ่ง ๆ

ตำแหน่งของอนุภาคตัวหนึ่ง ในเวลาต่าง ๆ

คลื่นรูปไซน์ (Sinusoidal wave)



ตำแหน่งของกลุ่มของอนุภาค ในเวลาหนึ่ง ๆ

$x+vt$ คลื่นไปทาง **-x**

$x-vt$ คลื่นไปทาง **+x**

พิจารณาที่เวลา t = 0

$$y(x,0) = A\sin(ax)$$

$$y(0,0) = A\sin(a0) = 0$$

$$y(\frac{\lambda}{2},0) = A\sin(a\frac{\lambda}{2}) = 0$$

$$a = \frac{2\pi}{\lambda}$$

สมการจะเป็นจริงก็ต่อเมื่อ

เราสามารถเขียนสมการคลื่นที่เวลา t = 0

$$y(x,0) = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

เราสามารถเขียนสมการคลื่นที่เวลา t ใด ๆ

$$y(x,t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x\pm vt)\right)$$

คลื่นรูปไซน์ (Sinusoidal wave)

รูปแบบของสมการที่เราได้สามารถเป็นคำตอบของฟังก์ชั่นคลื่นได้

$$\boxed{\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

เป็นหนึ่งใน คำตอบได้

$$y(x,t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x \pm vt)\right)$$

นิยาม

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}$$

Angular wave number (wave number) บอกถึงจำนวนของคลื่นในความยาวหนึ่ง ๆ (ในที่นี้คือ 2π)

$$\omega \equiv \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Angular frequency

เขียนให้ทั่วไปมากขึ้น

$$kx \pm \omega t + \underbrace{\phi}_{\text{phase constant}}$$

เขียนฟังก์ชั่นคลื่นใหม่ได้ว่า

$$y(x,t) = A\sin(\underbrace{kx \pm \omega t}_{\text{phase}})$$

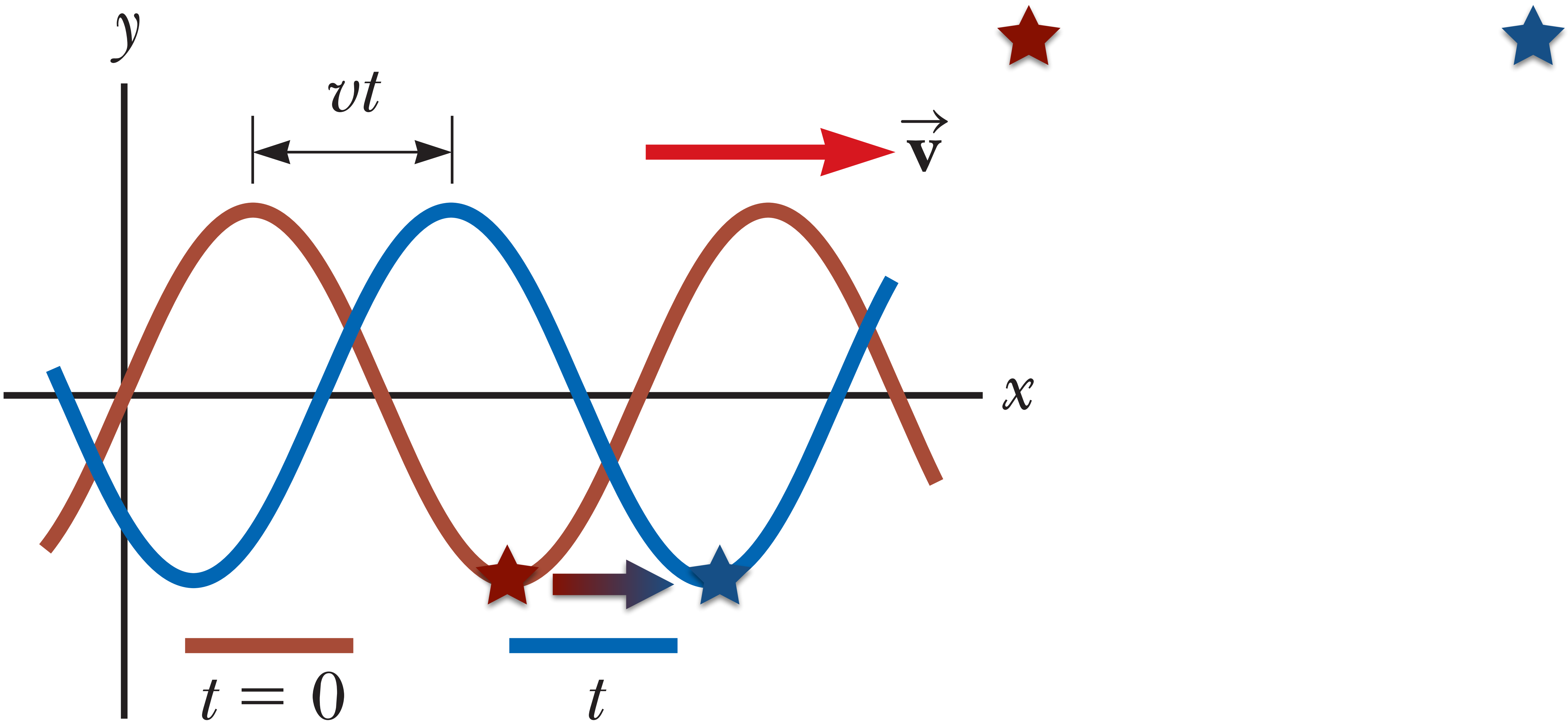
Phase velocity **อัตราเร็วเฟส**

$$v = f\lambda = \frac{\omega}{k}$$

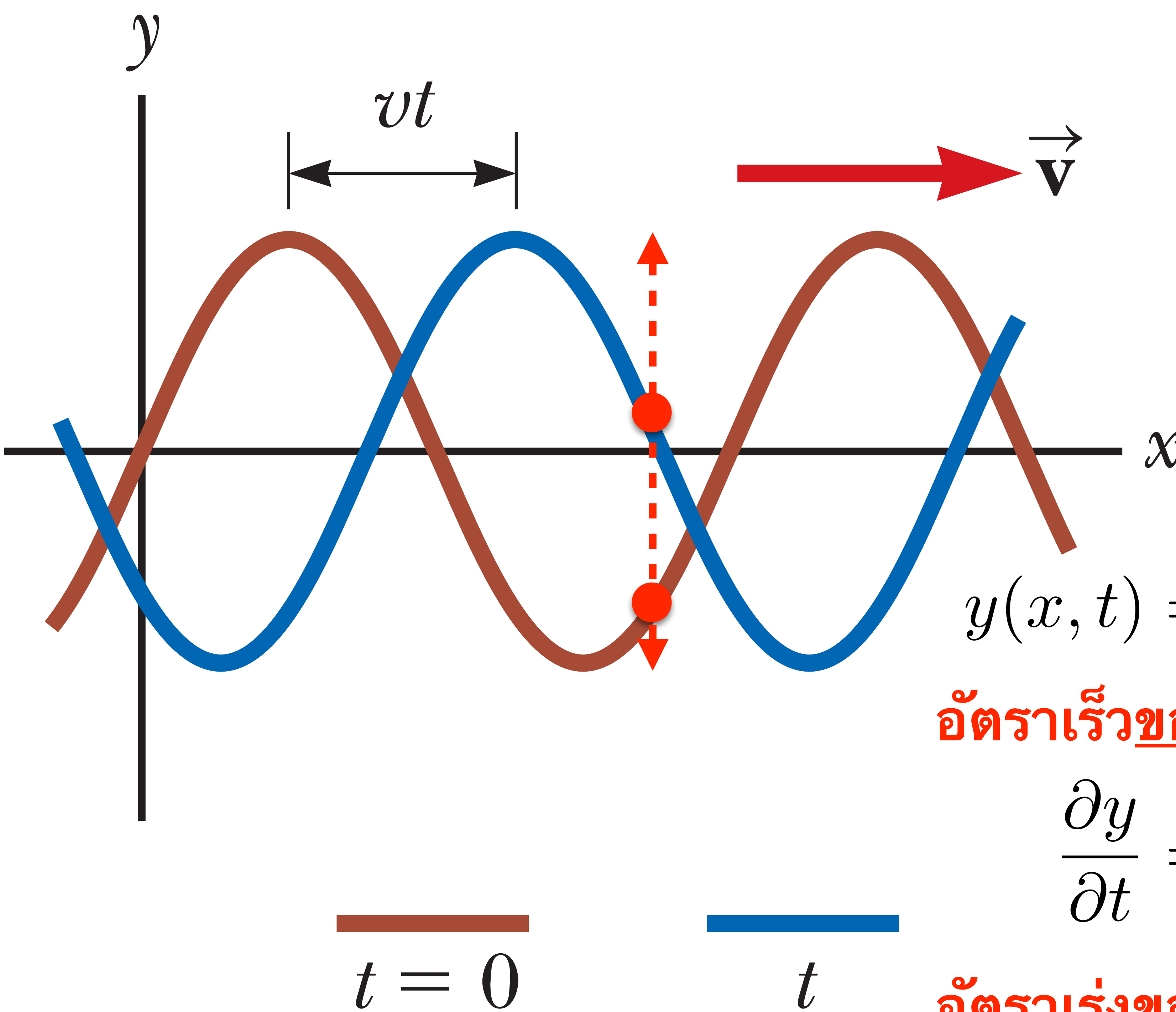
คลื่นรูปไซน์ (Sinusoidal wave)

<u>อัตราเร็วเฟส</u> กับ<u>อัตราเร็วของอนุภาค ในตัวกลาง</u>**ไม่เหมือนกัน**

เราสามารถหาความเร็วของคลื่นที่เคลื่อนที่ไป ในตัวกลางได้โดยการพิจารณาการเคลื่อนที่ของตำแหน่งที่มีเฟสเท่ากัน



คลื่นรูปไซน์ (Sinusoidal wave)



"คลื่นเคลื่อนที่ไปทางขวา
แต่
ตัวกลางของคลื่นเคลื่อนที่ขึ้นลงเป็น SHM"

$$y(x,t) = A\sin(kx \pm \omega t)$$

อัตราเร็ว<u>ของการสั่นของอนุภาค</u> ในตัวกลาง

$$\frac{\partial y}{\partial t} =$$

อัตราเร่ง<u>ของการสั่นของอนุภาค</u> ในตัวกลาง

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} =$$

ตัวอย่าง

มีฟังก์ชั่นคลื่นอยู่ 3 ฟังก์ชั่นคือ

$$(\mathrm{a})\; y(x,t) = 2\sin(4x-2t)$$

$$(\mathrm{b})\; y(x,t) = \sin(3x-4t)$$

$$(\mathrm{c})\; y(x,t) = 3\sin(3x-3t)$$

(1) จงเรียงลำดับคลื่นตามอัตราเร็วเฟส จากมากไปน้อย

(2) จงเรียงลำดับอัตราเร็วสูงสุดของตัวกลาง จากมากไปน้อย

ตัวอย่าง

ตัวอย่าง

คลื่น ในเส้นเชือกมีสมการการกระจัดของอนุภาคเส้นเชือก ในหน่วยเมตรเป็น

$$y(x,t) = 15\sin\left(\frac{\pi}{16}(2x - 64t)\right)$$

จงหา

(1) อำพน (Amplitude)

(2) ความยาวคลื่น

(3) คาบ

(4) อัตราเร็วเฟส

(5) อัตราเร็วสูงสุดของอนุภาคตัวกลาง ในเส้นเชือกนี้

(6) อัตราเร็วของอนุภาคตัวกลางที่ตำแหน่ง 6 m ณ เวลา 0.25 วินาที

(7) อัตราเร่งของอนุภาคตัวกลางที่ตำแหน่ง 6 m ณ เวลา 0.25 วินาที

ตัวอย่าง

ตัวอย่าง

คลื่นรูปไซต์วิ่งไปในทิศ +x มีค่าอำพล (Amplitude) เท่ากับ 15 ซม. มีความยาวคลื่น 40 ซม. และมีความถี่ 8 เฮิร์ต ณ เวลา t=0 การกระจัดของอนุภาค ณ ตำแหน่ง x=0 คือ 15 ซม.ตามรูป จงหา

(1) เลขคลื่น (k)

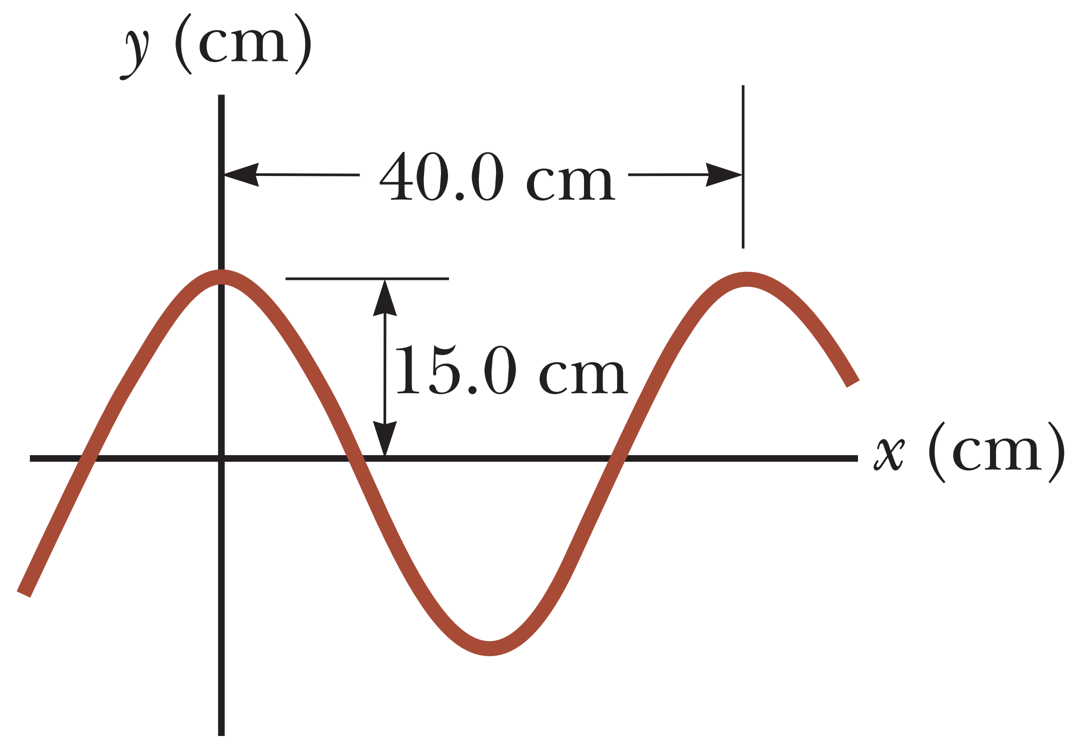
(2) คาบ

(3) ความถี่เชิงมุม

(4) อัตราเร็วเฟส

(5) ค่าคงที่ของเฟส (phase constant)

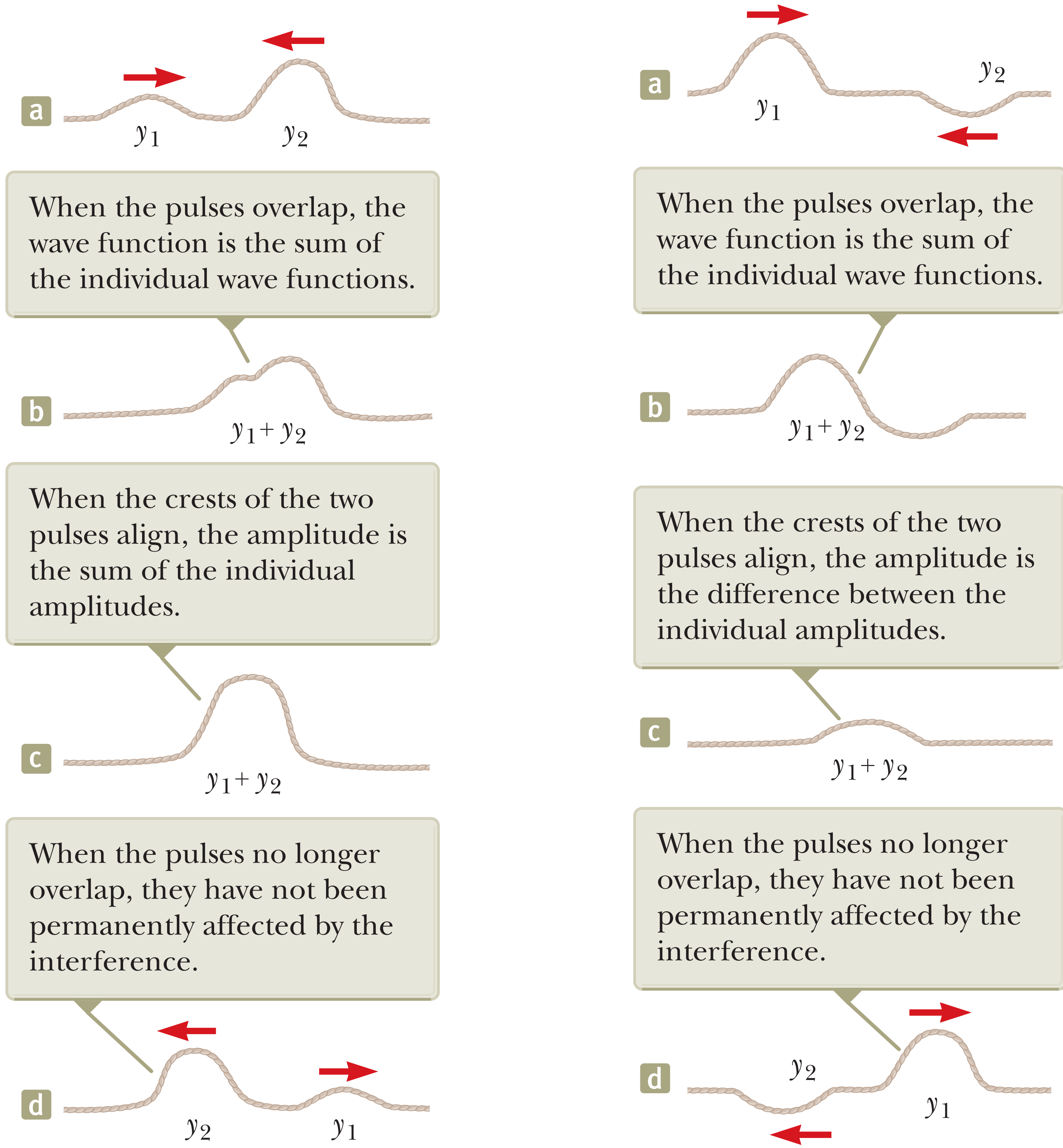
(6) ฟังก์ชั่นคลื่นของคลื่นนี้



ตัวอย่าง

การรวมกันของคลื่น (Superposition of waves)

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$



การรวมกันของคลื่น (Superposition of waves)

พิจารณา ในกรณีที่คลื่น 2 ขบวนวิ่งไปทางขวาเหมือนกัน มีความถี่เดียวกัน ความยาวคลื่นเท่ากัน และอำพล (Amplitude) เท่ากัน ต่างกันแค่เฟส

$$y_1 = A\sin(kx - \omega t),\ y_2 = A\sin(kx - \omega t + \phi)$$

พิจารณาการรวมกันของคลื่นสองขบวนนี้

$$y = y_1 + y_2 = A\sin(kx - \omega t) + A\sin(kx - \omega t + \phi)$$

ใช้สูตรทางตรีโกณมิติ

$$\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

เราจะได้ว่า

$$y = 2A\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\sin\left(kx - wt + \frac{\phi}{2}\right)$$

การรวมกันของคลื่น (Superposition of waves)

คลื่น ใหม่มีความถี่และความยาวคลื่นเท่าเดิม

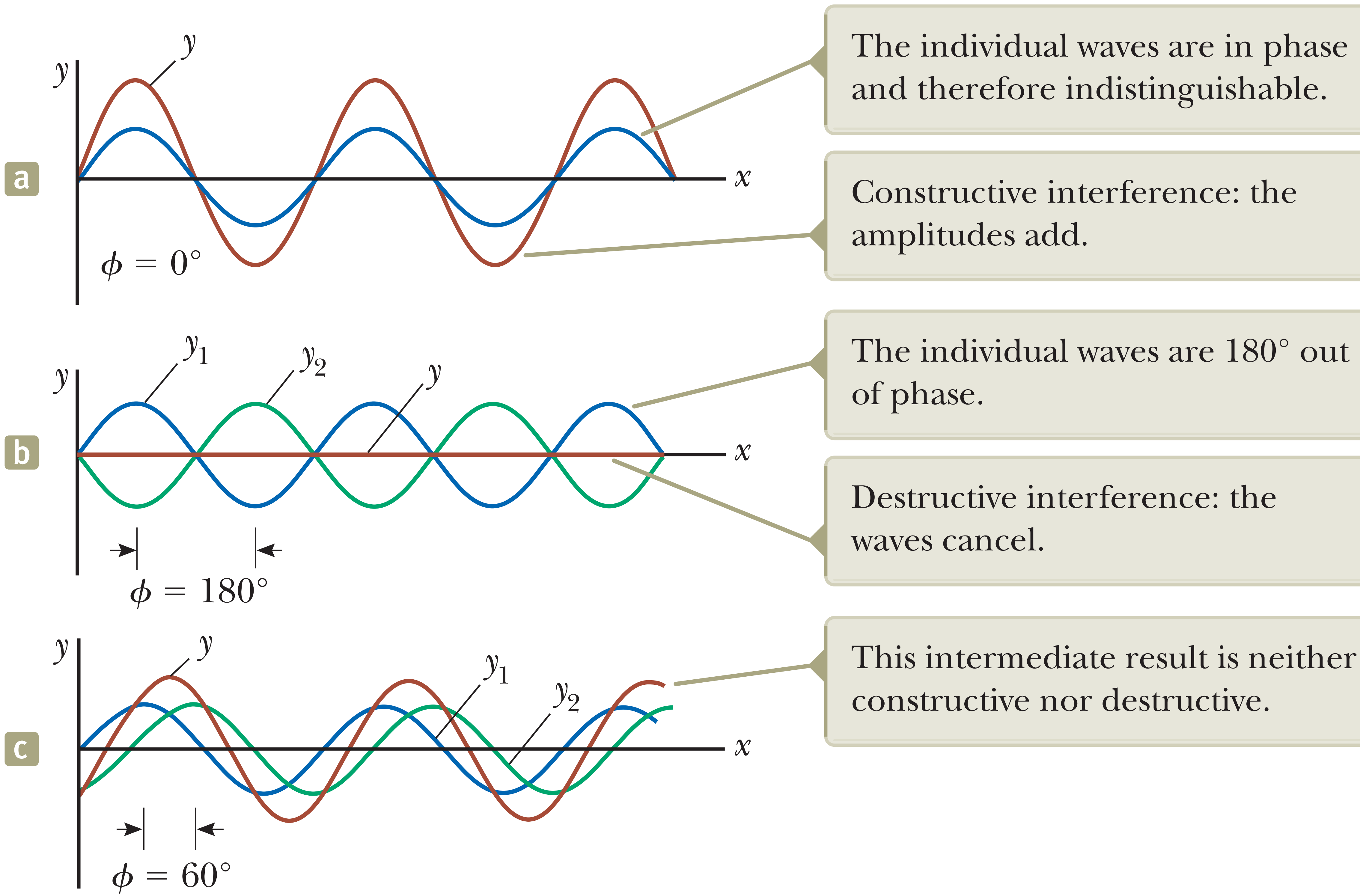
$$y = \boxed{2A\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)} \boxed{\sin\left(kx - wt + \frac{\phi}{2}\right)}$$

อัมพล (Amplitude) ลัพธ์มีค่าขึ้นอยู่กับความต่างเฟส

- คลื่นจะเสริมกันมากที่สุดเมื่อ $\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) = \pm 1$ หรือ $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, ...$
- คลื่นจะหักล้างกันมากที่สุดเมื่อ $\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) = 0$ หรือ $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, ...$

การรวมกันของคลื่น (Superposition of waves)

มีคลื่นสองขบวนคือ**สีเขียว**และ**สีฟ้า** คลื่นลัพท์คือ**สีเลือดหมู**



ตัวอย่าง

คลื่นรูปไซน์สองขบวนเหมือนกัน มีความยาวคลื่นเท่ากัน 3.00 m วิ่งไปในทิศทางเดียวกัน โดยมีอัตราเร็วเท่ากัน 2.00 m/s โดยคลื่นขบวนที่สองเกิดขึ้นที่เดียวกับคลื่นขบวนแรก แต่เกิดขึ้นในภายหลัง อำพลลัพธ์ของการรวมการรวมกันของคลื่นทั้งสองขบวนมีขนาดเท่ากับอำพลของคลื่นขบวนแรก (หรือขบวนที่สอง) จงหาช่วงเวลาที่เป็นไปได้ที่น้อยที่สุดของการเกิดคลื่นขบวนที่สองภายหลังจากการเกิดขึ้นของคลื่นขบวนแรก

คลื่นสถิต/คลื่นนิ่ง (Standing wave)

พิจารณา ในกรณีที่คลื่น 2 ขบวนวิ่งสวนทางกัน โดยคลื่นทั้งสองขบวนมีความถี่เดียวกัน ความยาวคลื่นเท่ากัน และอำพล (Amplitude) เท่ากัน

$$y_1 = A\sin(kx - \omega t),\ y_2 = A\sin(kx + \omega t)$$

พิจารณาการรวมกันของคลื่นสองขบวนนี้

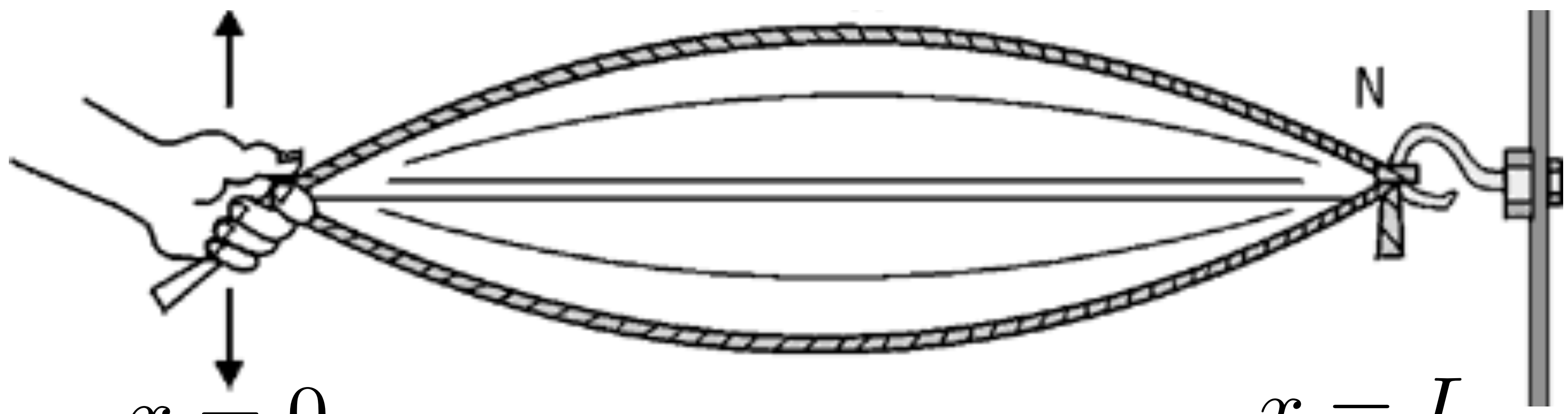
$$y = y_1 + y_2 = A\sin(kx - \omega t) + A\sin(kx + \omega t)$$

$$\boxed{y = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)}$$

ถ้า $\sin(kx) = 0$ จุดนั้นก็จะไม่เคลื่อนที่เลยไม่ว่าจะในเวลา ใด ๆ เราเรียกคลื่นลักษณะนี้ว่าคลื่นสถิต/คลื่นนิ่ง (Standing wave)

คลื่นสถิต/คลื่นนิ่ง (Standing wave)

เงื่อนไขที่เราพิจารณาคือปลายทั้งสองเป็นปลายตรึง ไม่มีการเคลื่อนที่



$$x = 0$$
$$\sin(k \cdot 0) = 0$$

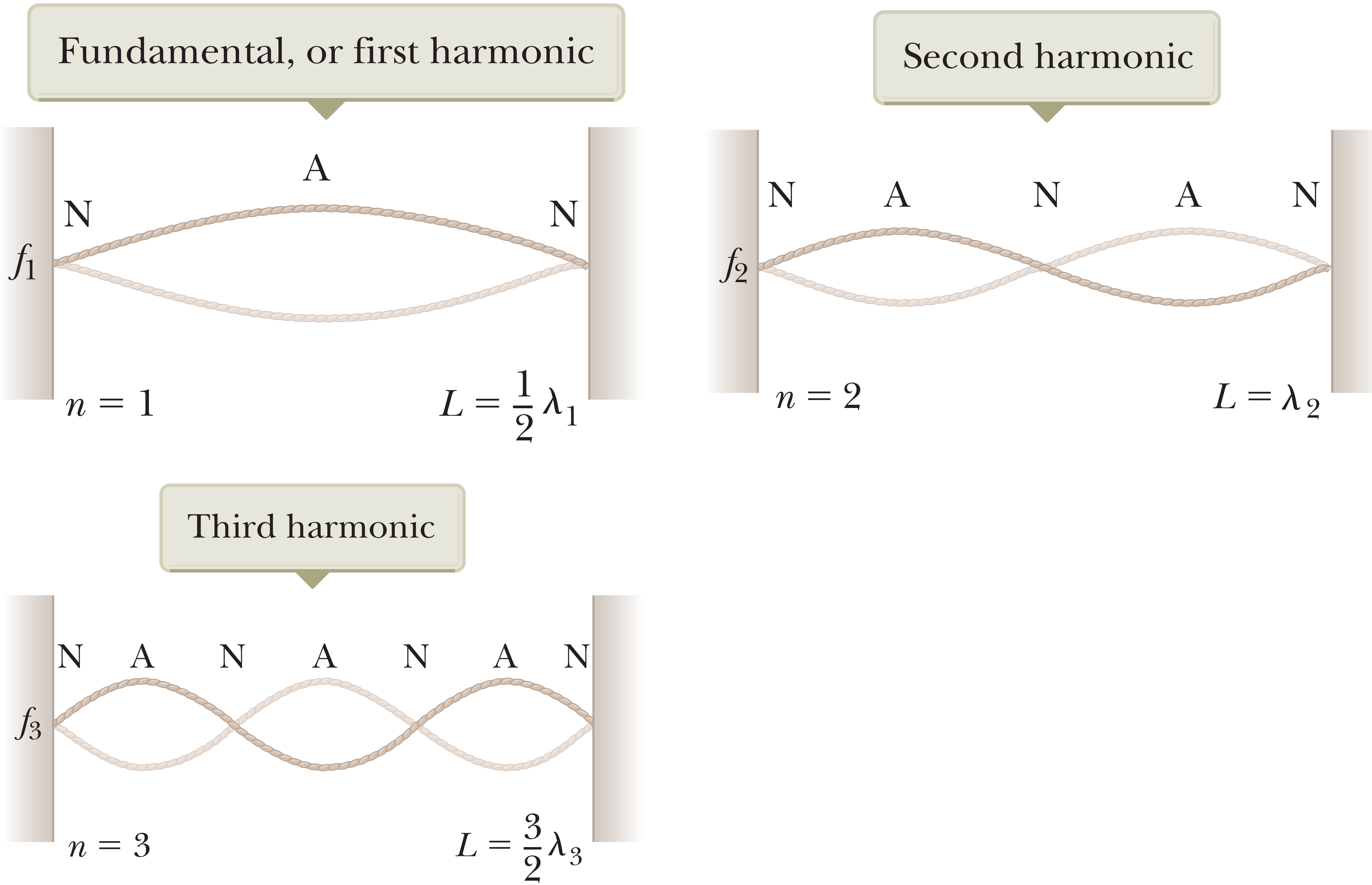
$$x = L$$
$$\sin(k \cdot L) = 0$$
$$kL = n\pi; n = 1, 2, \ldots$$

$$\boxed{\begin{aligned} k_n &= \frac{n\pi}{L} \\ \lambda_n &= \frac{2\pi}{k_n} = \frac{2L}{n} \\ \omega_n &= k_n v = \frac{n\pi v}{L} \\ f_n &= \frac{nv}{2L} \end{aligned}}$$

คลื่นในเส้นเชือก

$$\boxed{v = \sqrt{T/\mu}}$$

คลื่นสถิต/คลื่นนิ่ง (Standing wave)



ตัวอย่าง

คลื่นสถิตในเส้นเชือกมีสมการการกระจัดในหน่วยเมตรเป็น

$$y(x,t) = 0.50 \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)\cos(40\pi t)$$

จงหา

(1) อำพน (Amplitude)

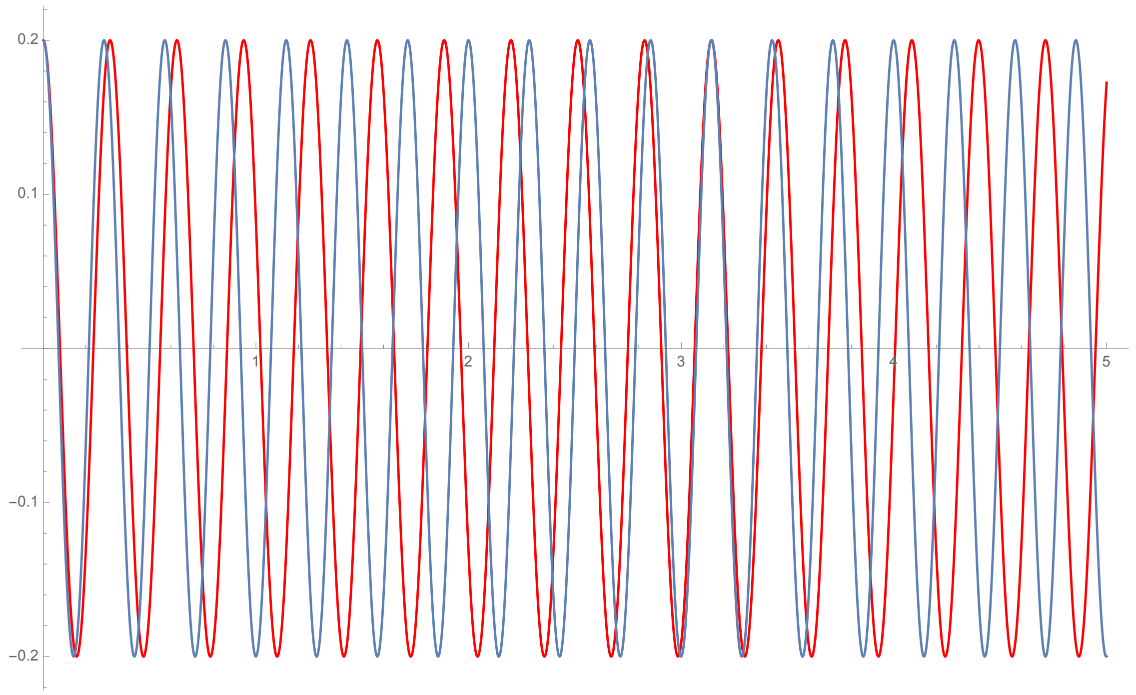
(2) อัตราเร็วเฟส

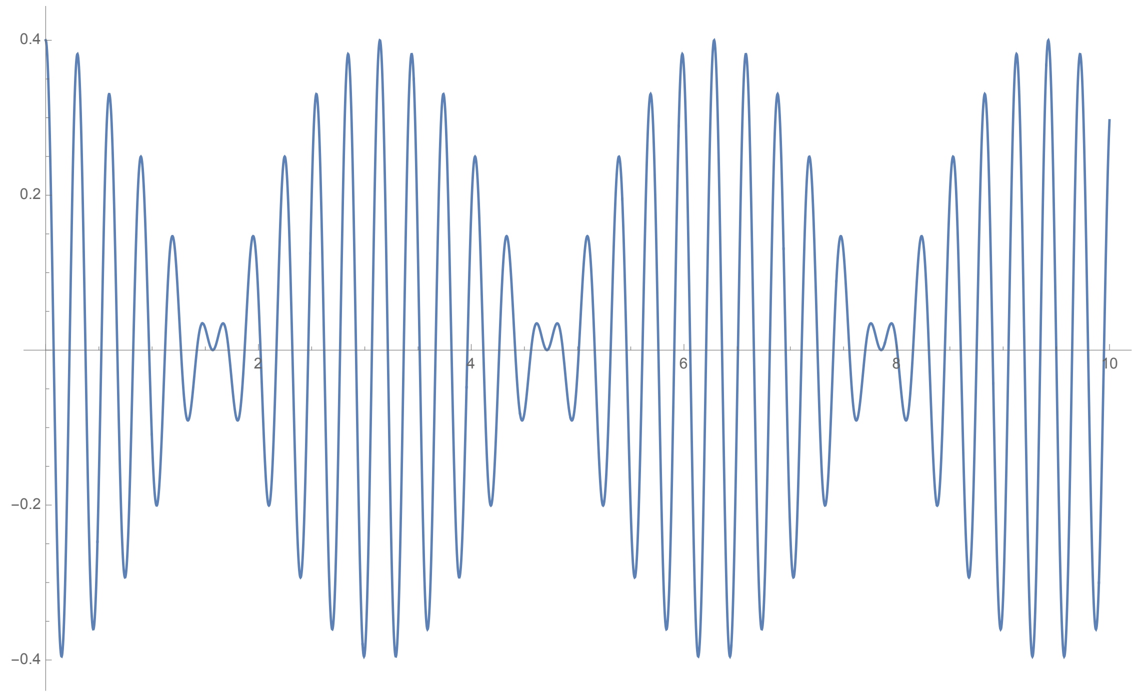
(3) ระยะห่างจะหว่างจุดบัพ 2 บัพ

(4) อัตราเร็วของอนุภาคตัวกลางที่ตำแหน่ง 1.5 ซม. ณ เวลา 9/8 วินาที

บีสต์ (Beat)

พิจารณากรณีที่คลื่น 2 ขบวนมาร่วมกัน โดยคลื่นทั้งสองขบวนมีความถี่ต่างกันเล็กน้อย





Mathematica

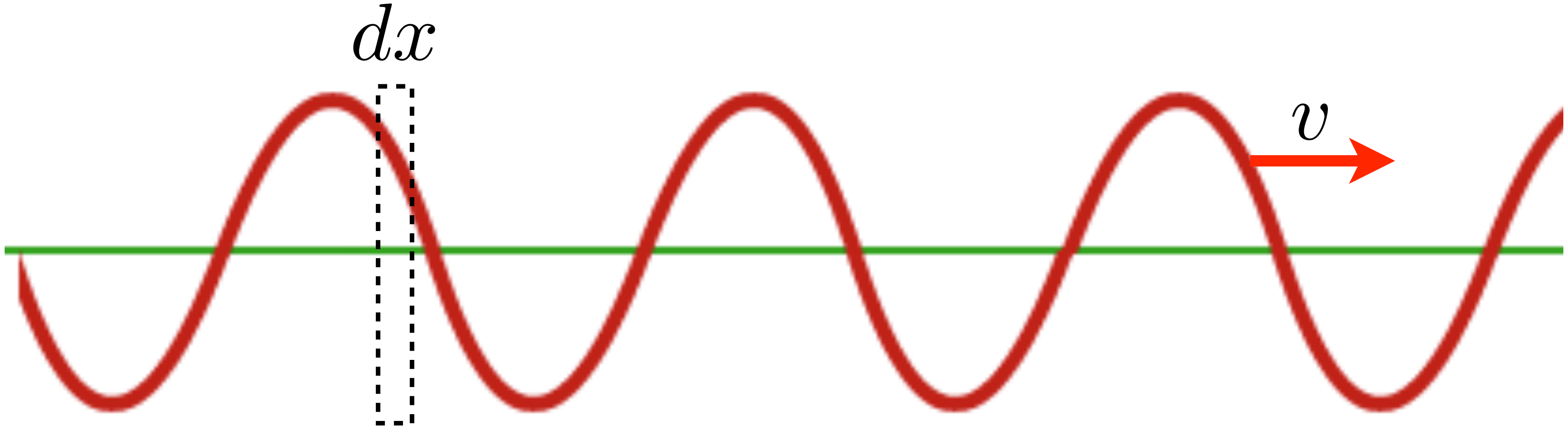
```
wave1 = Plot[0.2*Cos[20*t], {t, 0, 5}, PlotStyle -> Red];
wave2 = Plot[0.2*Cos[22*t], {t, 0, 5}];
Show[wave1, wave2]
Plot[0.2*Cos[20*t] + 0.2*Cos[22*t], {t, 0, 10}]
```

$$\boxed{f_{\text{beat}} = |f_1 - f_2|}$$

ตัวอย่าง

สายเปียโนเหมือนกันสองเส้น มีความยาว 0.750 m ให้ความถี่เท่ากันพอดีที่ 440 Hz. ถ้าความตึงของสายเส้นที่หนึ่งเพิ่มขึ้น 1.0% เมื่อใช้สายทั้งสองเส้นพร้อม ๆ กันจงหาความถี่บีสต์ระหว่างความถี่หลักมูล (fundamental frequency) ของสายเปียโนทั้งสอง

พลังงานจลน์ของคลื่นในเส้นเชือก



$$T, \mu, v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$y(x,t) = A\sin[k(x - vt)]$$

พิจารณาพลังงานจลน์ของก้อนมวล dm ที่แกว่งขึ้นลง

$$dE_k = \frac{1}{2}(dm)v_y^2 \leftarrow \frac{\partial y}{\partial t} = -Akv\cos[k(x - vt)]$$

$$dm = \mu dx$$

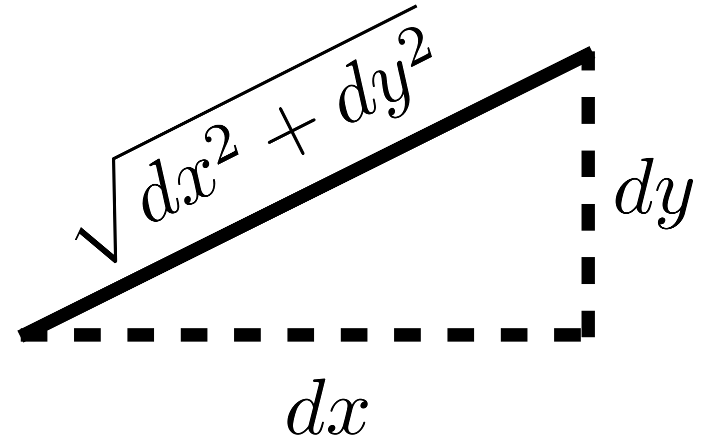
$$E_k = \frac{1}{2}\mu \underbrace{A^2}_{} \underbrace{k^2}_{k = \frac{2\pi}{\lambda}} \underbrace{v^2}_{v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}} \boxed{\int_0^\lambda \cos^2 k(x - vt)\,\mathrm{d}x} \quad = \frac{\lambda}{2}$$

พลังงานจลน์ของคลื่น 1 wavelength

$$E_k = \frac{A^2\pi^2 T}{\lambda}$$
$$= \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

พลังงานศักย์ของคลื่นในเส้นเชือก

พลังงานศักย์ขึ้นอยู่กับระยะยืดของเชือก จากรูปด้านขวา เชือกจะยืดออกจากระยะเดิมเท่ากับ $\sqrt{dx^2+dy^2}-dx$



$$\sqrt{dx^2+dy^2}-dx = dx\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}-dx$$
$$\approx dx\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)-dx$$
$$\approx \frac{1}{2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx$$

พลังงานศักย์หาได้จาก

$$dU = T\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx$$

แทนค่า

$$y(x,t) = A\sin[k(x-vt)]$$

และอินทิเกรต 0 ถึง λ

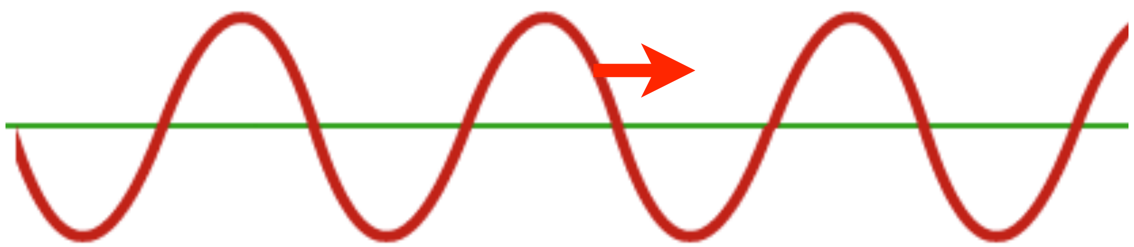
พลังงานศักย์ของคลื่น 1 wavelength

$$U = \frac{A^2\pi^2 T}{\lambda} = \frac{1}{4}\mu\omega^2A^2\lambda$$

เท่ากับพลังงานจลน์ของคลื่น 1 wavelength

พลังงานของคลื่นในเส้นเชือก

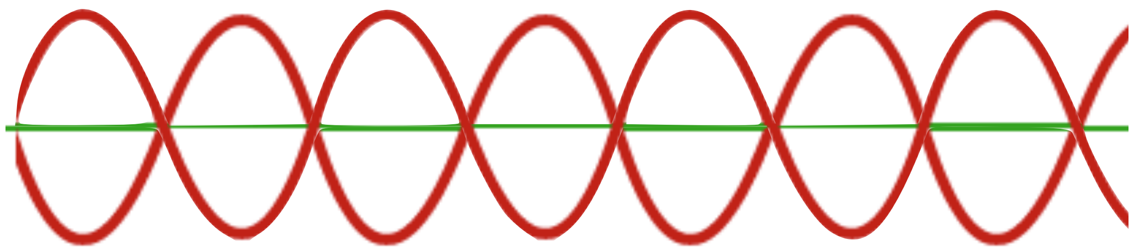
คลื่นที่เคลื่อนที่ไป
Traveling wave



พิจารณาพลังงาน ณ ขณะหนึ่ง ๆ

$$E_{total} = E_k + U$$
$$= \frac{2A^2\pi^2 T}{\lambda}$$
$$= \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

คลื่นสถิต
Standing wave



พิจารณาพลังงาน ณ ขณะหนึ่ง ๆ เลือกขณะที่คลื่นกำลังจะเคลื่อนที่กลับทิศ (บนสุดกลับลงล่าง หรือล่างสุดจะขึ้นบน) คลื่นจะมีแต่พลังงานศักย์เท่านั้น

$$E_{total} = \frac{A^2\pi^2 T}{\lambda}$$

อัตราการส่งผ่านพลังงานของคลื่นในเส้นเชือก

กำลังเฉลี่ย หรืออัตราการส่งผ่านพลังงานเฉลี่ย (ทั้งพลังงานจลน์ และพลังงานศักย์)

$$\boxed{\begin{aligned} P = \frac{E}{t} &= \frac{2A^2\pi^2 T}{\lambda}(\frac{v}{\lambda}) \\ &= \frac{2A^2\pi^2 T v}{\lambda^2} \\ P = \frac{E}{t} &= \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \lambda(\frac{v}{\lambda}) \\ &= \frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2 \end{aligned}} \left.\vphantom{\begin{aligned}a\\a\\a\\a\end{aligned}}\right\} \text{มีค่าเท่ากัน}$$

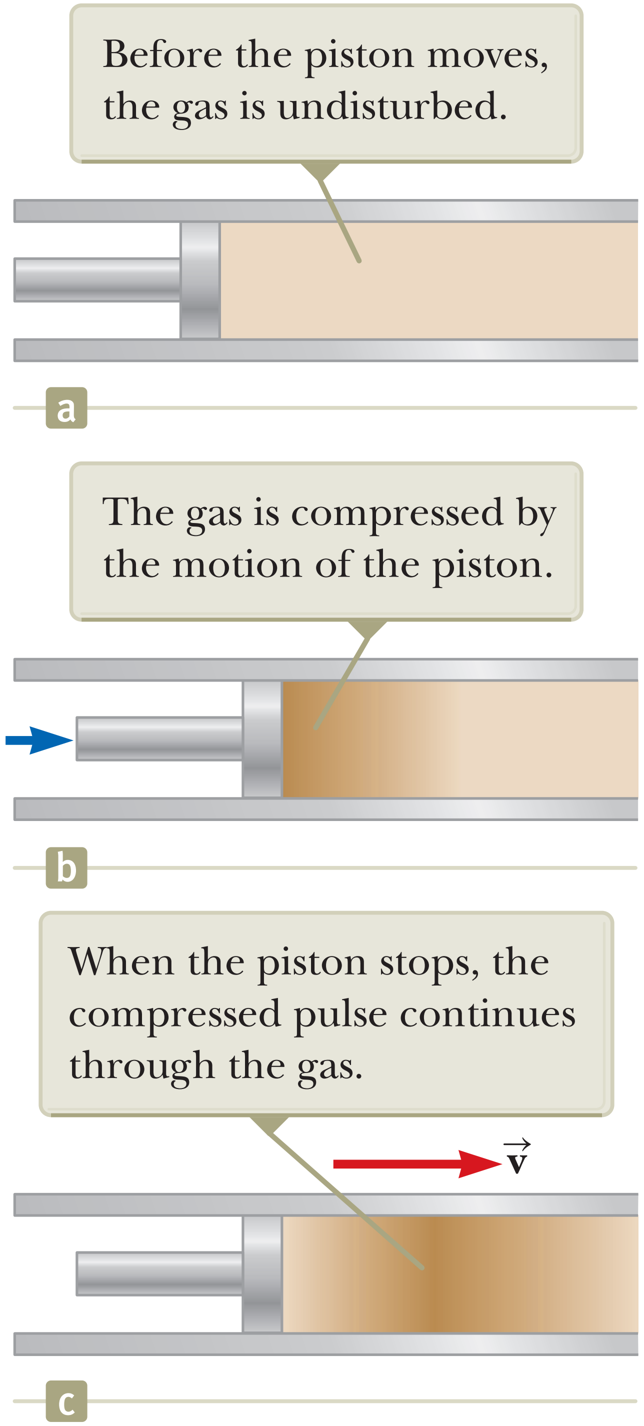
ตัวอย่าง

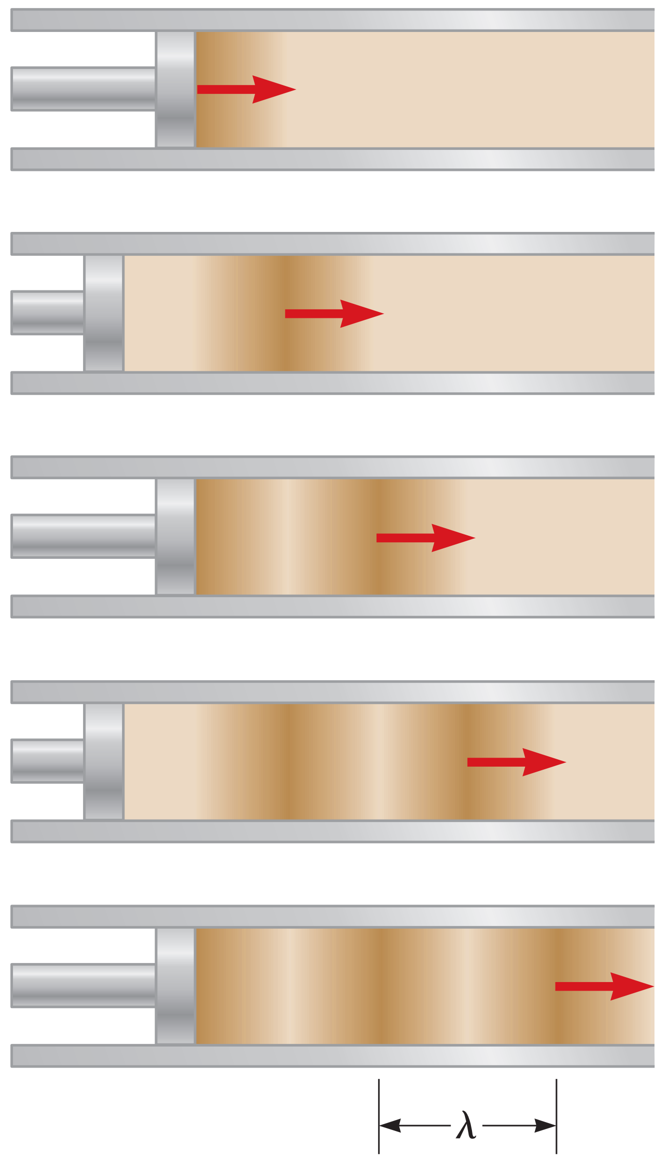
ลวดเส้นหนึ่งมีมวลต่อหน่วยความยาว 525 g/m มีความตึง 45N ถ้าปล่อยคลื่นที่มีความถี่ 120 Hz และมีอำพน 8.5 mm ให้เคลื่อนที่บนเส้นลวด คลื่นจะส่งผ่านพลังงานด้วยอัตราเท่าไหร่

ตัวอย่าง

จงพิสูจน์กฎการอนุรักษ์พลังงาน ในกรณีที่คลื่นสองขบวนวิ่งสวนทางกัน แล้วเกิดเป็นคลื่นสถิต

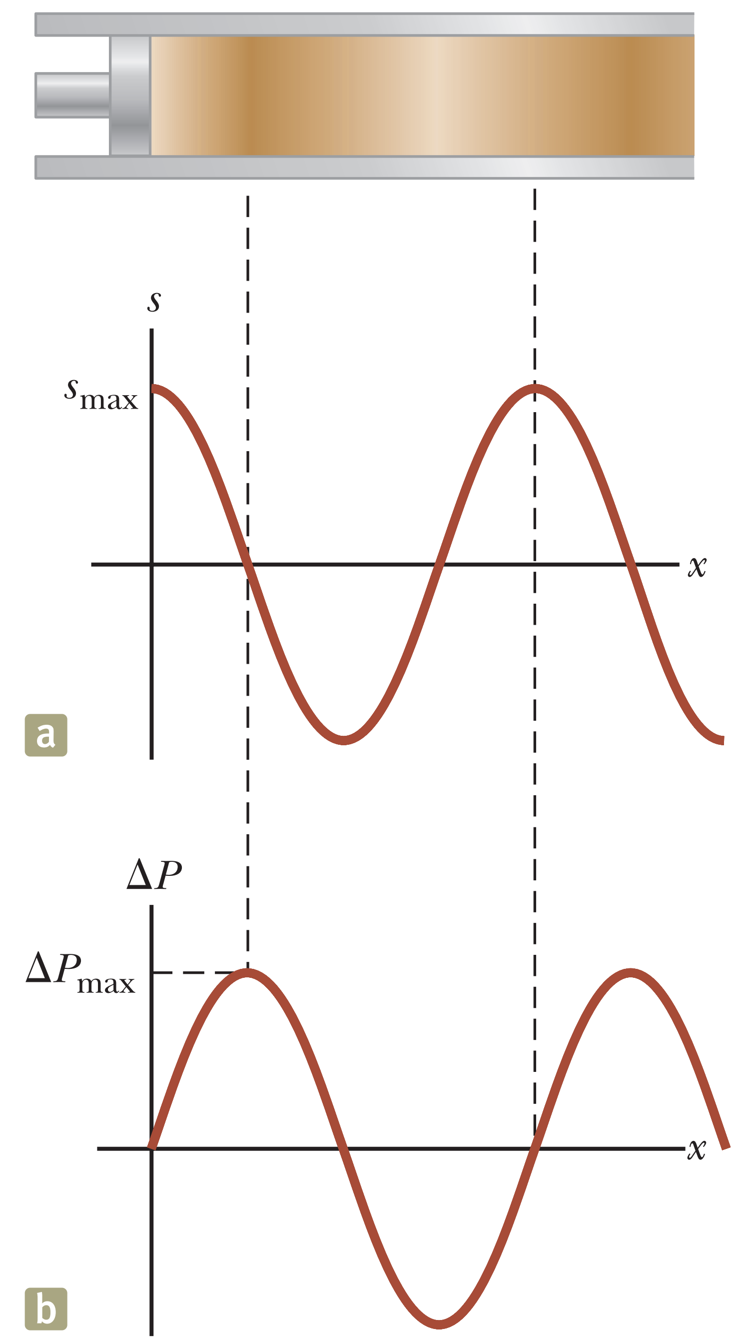
คลื่นเสียง



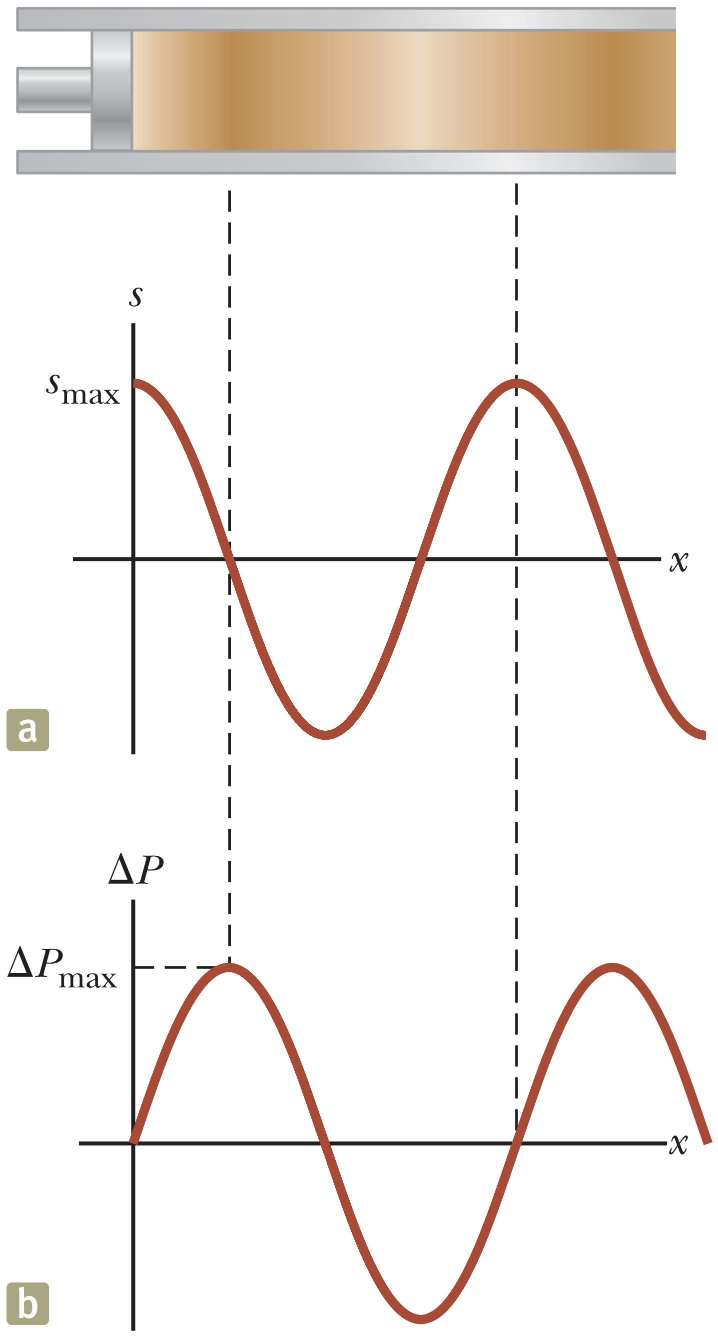


การกระจัดสูง ความดันต่ำ

การกระจัดต่ำ ความดันสูง



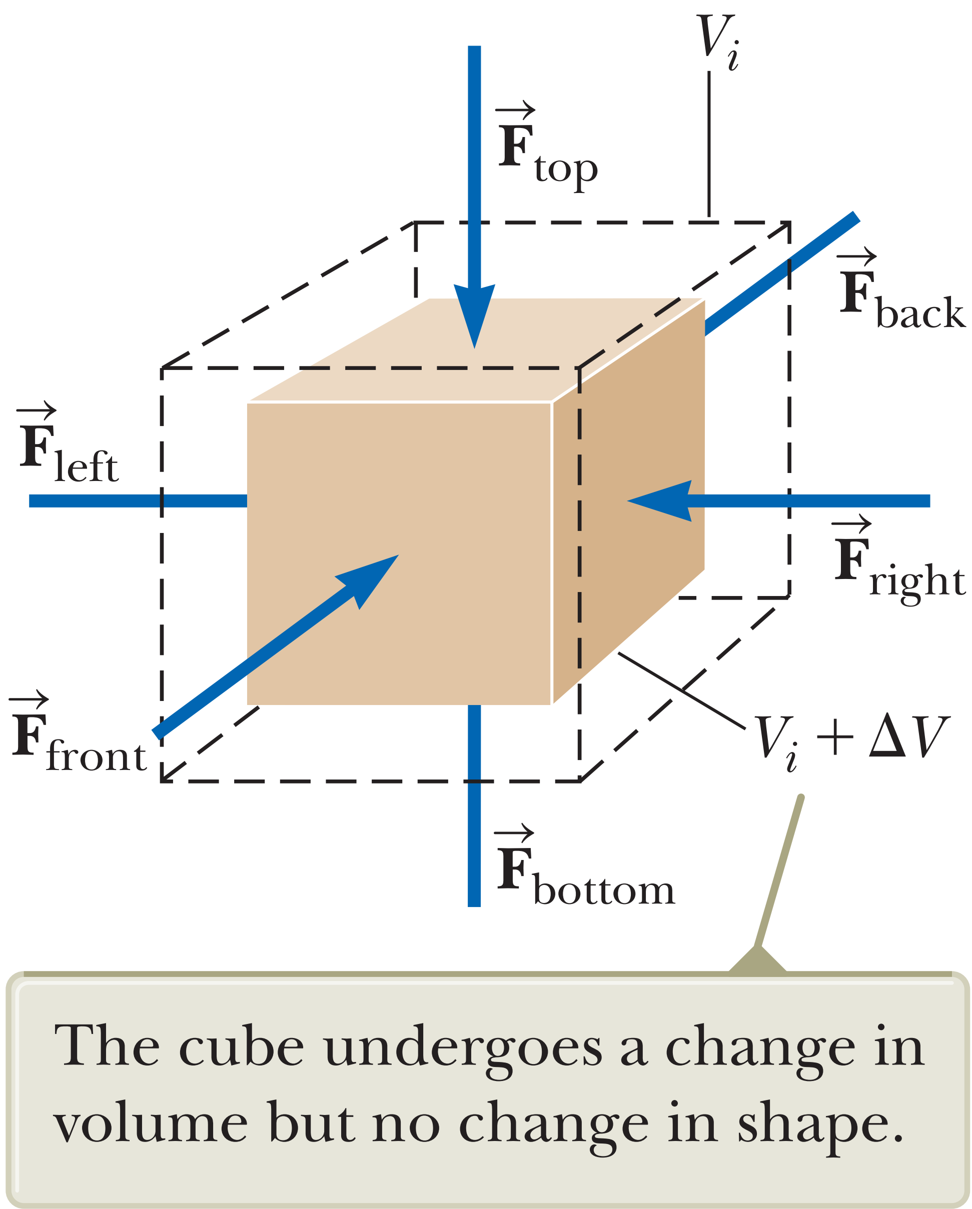
คลื่นเสียง



$$s(x,t) = s_{\text{max}} \cos(kx - \omega t)$$

$$\Delta P = \Delta P_{\text{max}} \sin(kx - \omega t)$$

Bulk Modulus

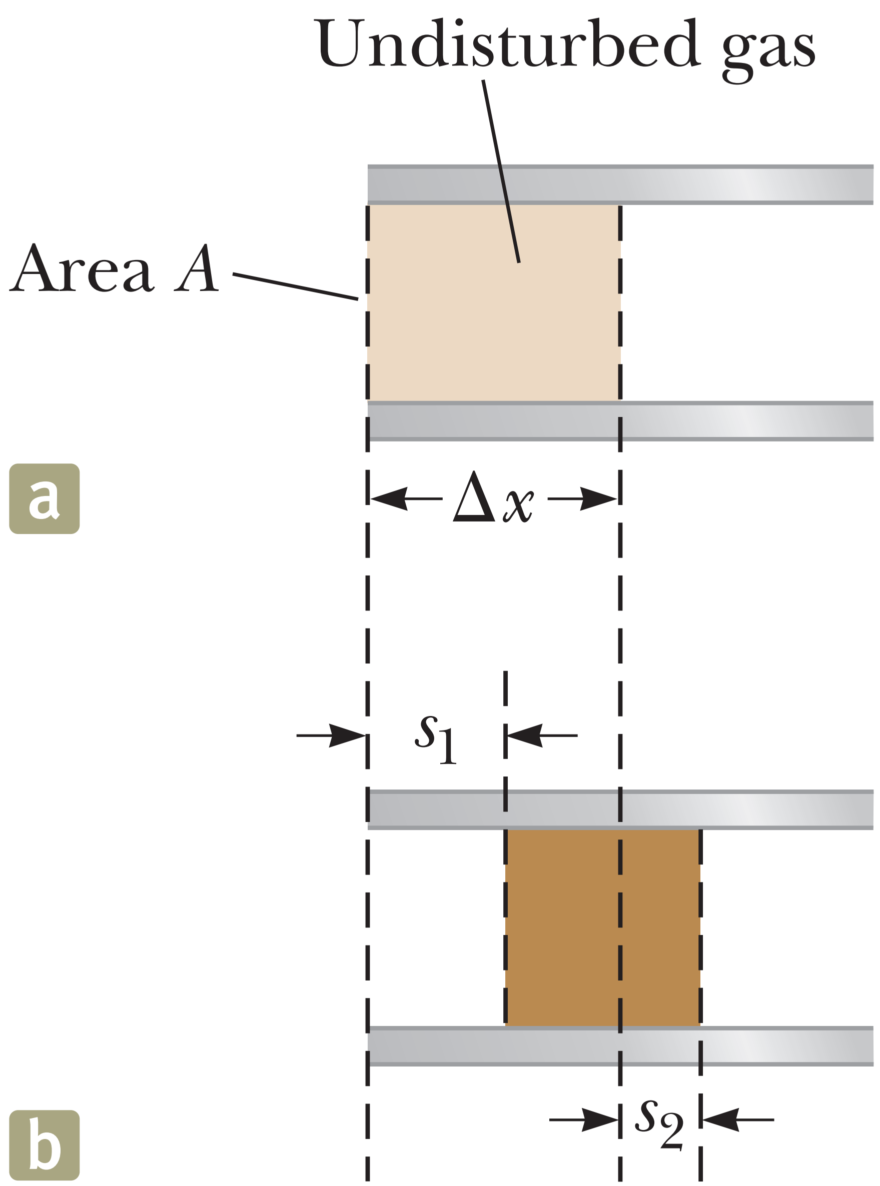


การเปลี่ยนแปลง
ของความดัน

$$B \equiv \frac{\text{volume stress}}{\text{volume strain}} = -\frac{\Delta F/A}{\Delta V/V_i} = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V_i}$$

การเปลี่ยนแปลง
ของปริมาตร

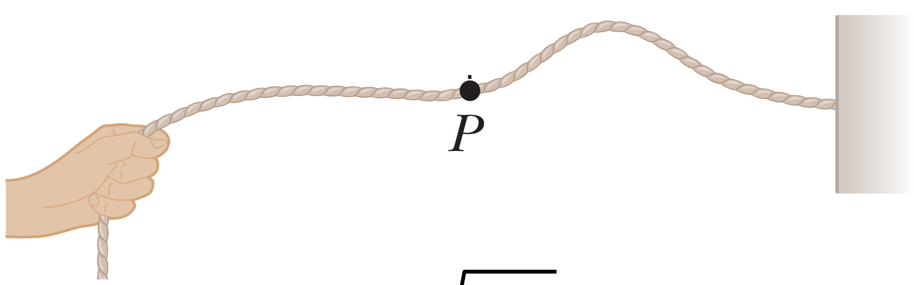
คลื่นเสียง



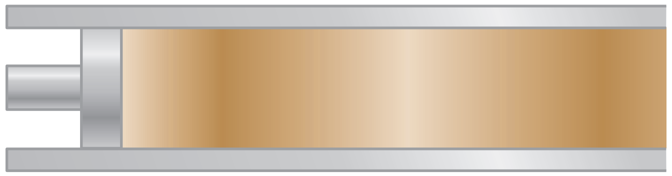
$$
\begin{aligned}
\Delta P &= -B\frac{\Delta V}{V_i} \\
&= -B\frac{A\Delta s}{A\Delta x} \\
&= -B\frac{\partial s}{\partial x} \leftarrow s(x,t) = s_{\text{max}}\cos(kx-\omega t) \\
&= Bs_{\text{max}}k\sin(kx-\omega t)
\end{aligned}
$$

อัตราเร็วของคลื่น

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{\text{elastic property}}{\text{inertial property}}}}$$



$$\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$



$$\sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

ความเข้มเสียงและเดซิเบล (Intensity & Decibel)

ความเข้มเสียงนิยามโดย

$$\boxed{I = \frac{P}{A}}$$

อัตราการส่งผ่านพลังงาน

พื้นที่ซึ่งเสียงตกกระทบ

$$I = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 s_{\mathrm{max}}^2$$

ระดับเสียงนิยามโดย

$$\boxed{\begin{aligned} \beta &= 10 \log \frac{I}{I_0} \\ I_0 &= 1.0 \times 10^{-12}\,\mathrm{W/m^2} \end{aligned}}$$

ตัวอย่าง

เครื่องจักรสองเครื่องวางห่างจากคนทำงานเป็นระยะทางเท่ากัน โดยแต่ละเครื่อง ให้ความเข้มเสียงบริเวณที่คนทำงานเท่ากับ 2.0 x 10^{-7} W/m^2

(1) จงหาระดับเสียงที่คนทำงานจะได้ยินเมื่อเครื่องจักรเครื่องที่หนึ่งทำงาน

(2) จงหาระดับเสียงที่คนทำงานจะได้ยินเมื่อเครื่องจักรทั้งสองเครื่องทำงาน

ดอปเปลอร์ (Doppler)

เมื่อต้นกำเนิดเสียงและผู้สังเกตมีการเคลื่อนที่สัมพัทธ์กัน ผู้สังเกตจะได้รับคลื่นที่มีความถี่ต่างไปจากการการที่ต้นกำเนิดเสียงและผู้สังเกตอยู่นิ่ง

v = ความเร็วเสียง

v_o = ความเร็วของผู้สังเกต

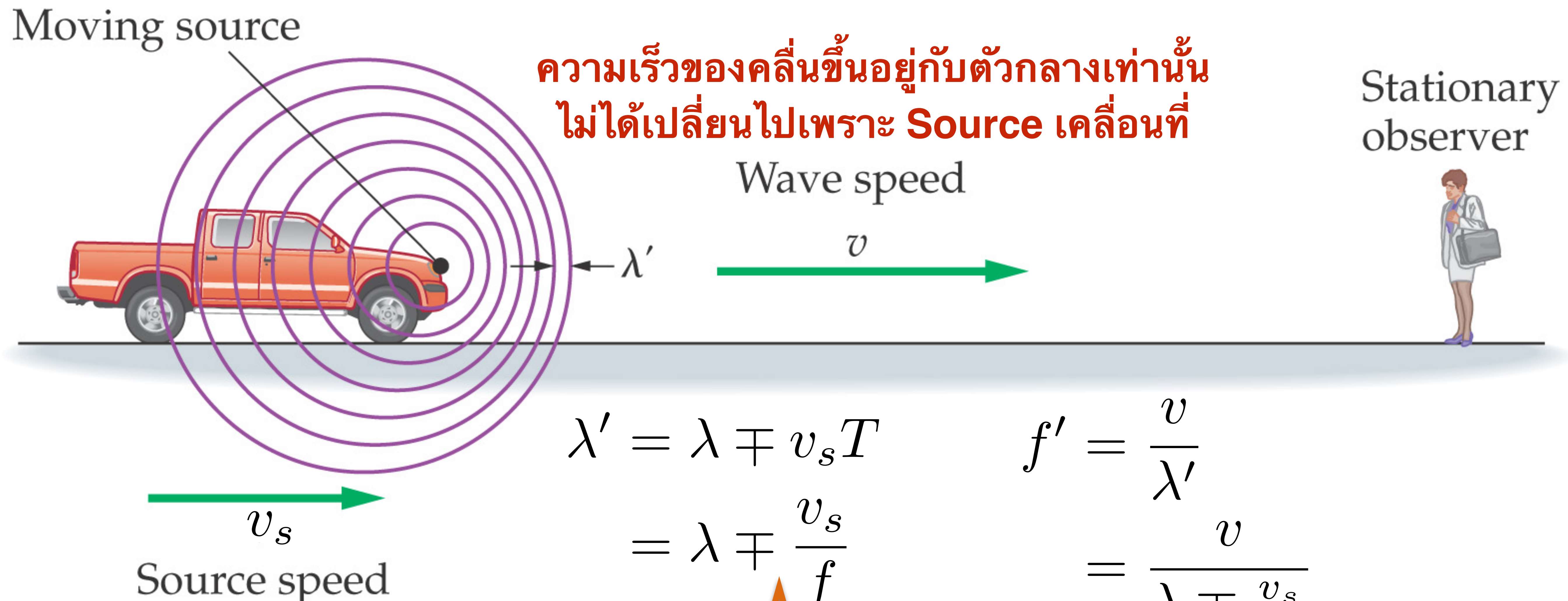
v_s = ความเร็วของแหล่งกำเนิด

แหล่งกำเนิดเสียงอยู่นิ่ง

ผู้สังเกตุอยู่นิ่ง แหล่งกำเนิดเสียงเคลื่อนที่ ผู้สังเกตุเคลื่อนที่

Doppler: Source is moving

ความเร็วของคลื่นขึ้นอยู่กับตัวกลางเท่านั้น ไม่ได้เปลี่ยนไปเพราะ Source เคลื่อนที่



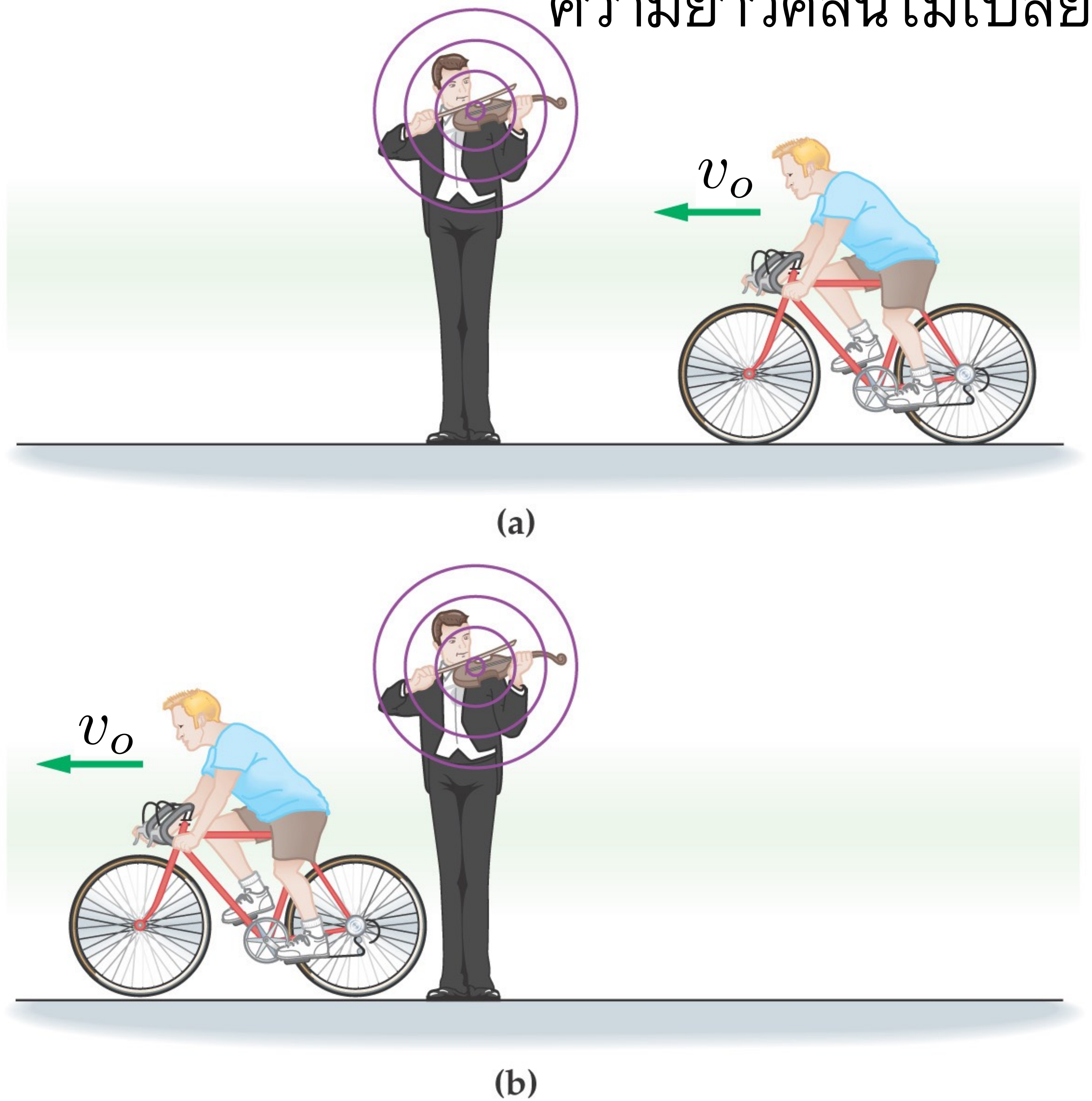
$$\lambda' = \lambda \mp v_s T = \lambda \mp \frac{v_s}{f}$$

- คือ Source วิ่งเข้าหาเรา
+ คือ Source วิ่งออกจากเรา

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda \mp \frac{v_s}{f}} = f\frac{v}{\lambda f \mp v_s} = f\frac{1}{1 \mp \frac{v_s}{v}}$$

Doppler: Observer is moving

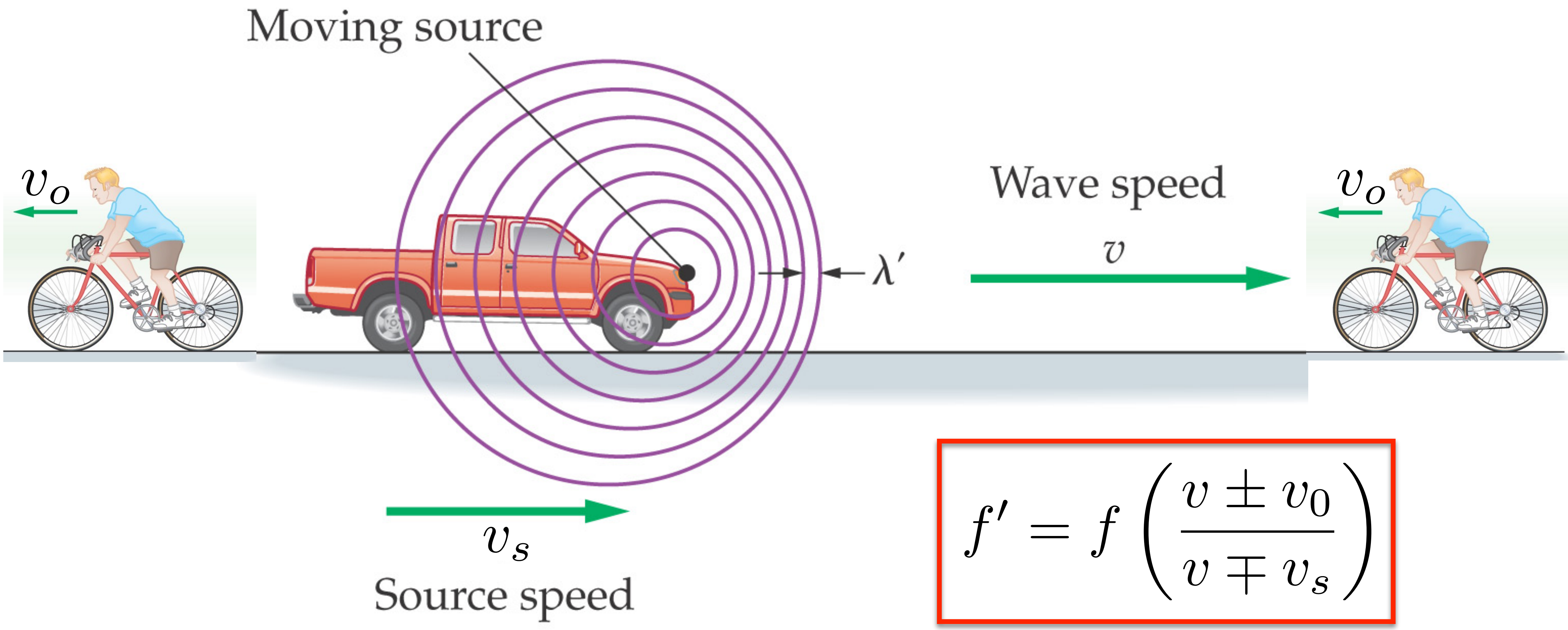
ความยาวคลื่นไม่เปลี่ยนแปลง



+ คือเราวิ่งเข้าหา Source
- คือเราวิ่งออกจาก Source

$$f' = \frac{v \pm v_0}{\lambda}$$
$$= f\frac{v \pm v_0}{v}$$
$$= f(1 \pm \frac{v_0}{v})$$

Doppler: General case



$$f' = f\left(\frac{v \pm v_0}{v \mp v_s}\right)$$

ดูสถานการณ์ให้ดี อะไรวิ่งยังไง
ใช้ Common sense
เวลา Source วิ่ง ความถี่ที่เข้าหาเราเป็นอย่างไร
เวลาเราวิ่งเข้าหา Source ความถี่จะเป็นอย่างไร

- $-v_s$ คือ Source วิ่งเข้าหาเรา
- $+v_s$ คือ Source วิ่งออกจากเรา
- $+v_o$ คือเราวิ่งเข้าหา Source
- $-v_o$ คือเราวิ่งออกจาก Source

ตัวอย่าง

นักประดาน้ำกลุ่ม ก ว่ายน้ำไปด้วยความเร็ว 8 m/s และปล่อยคลื่นโซน่าร์ (SONAR, SOund Navigation And Ranging) ด้วยความถี่ 1400 Hz ให้ความเร็วในการเคลื่อนที่ของเสียงใต้น้ำเป็น 1533 Hz จงหาว่า

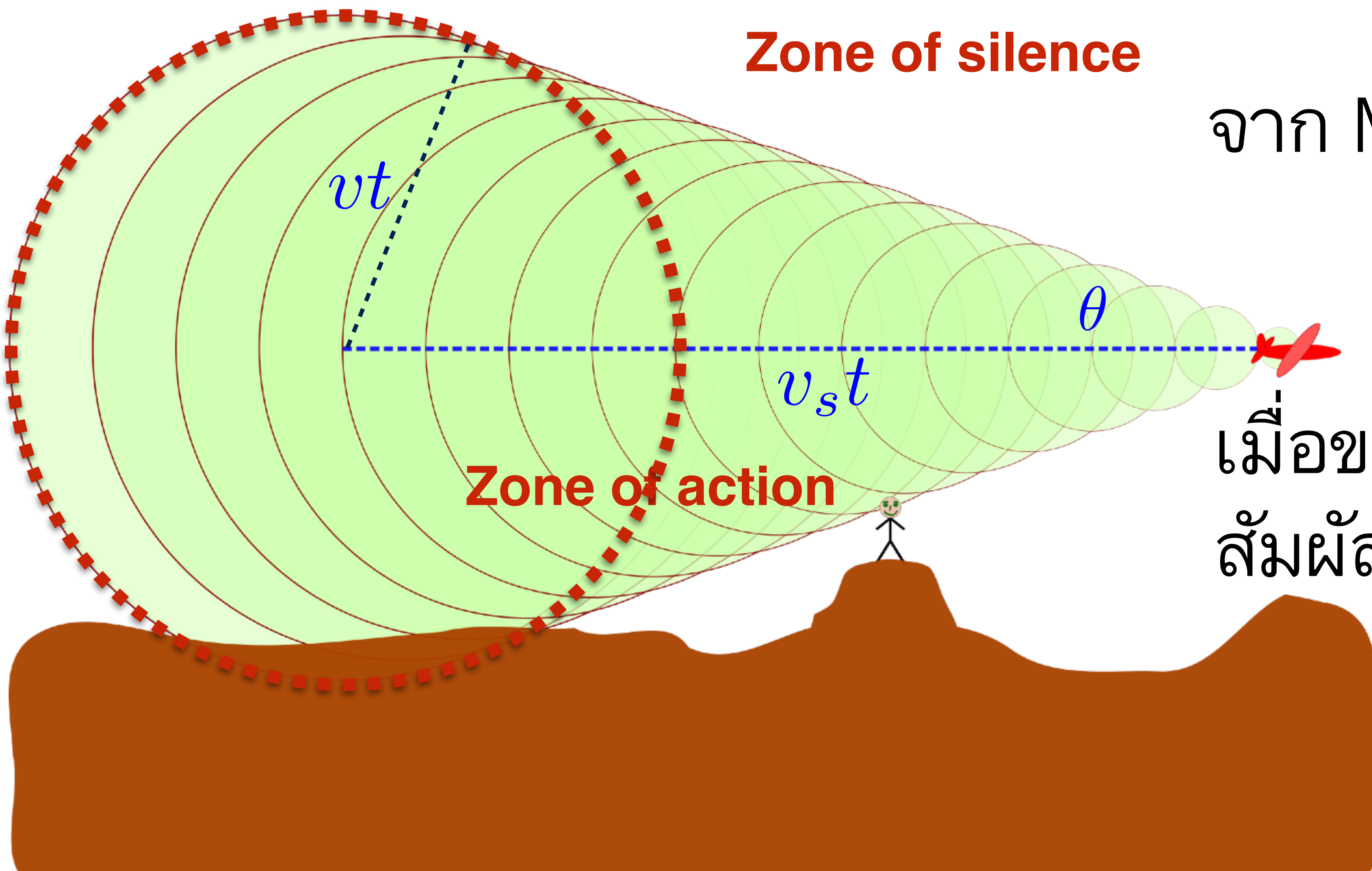
(1) เมื่อมีกลุ่มนักประดาน้ำ ข ว่ายน้ำเข้าหากลุ่ม ก ด้วยความเร็ว 9 m/s ความถี่ของคลื่นโซน่าร์ที่กลุ่ม ข จะรับได้มีค่าเท่าใด

(2) หากทั้งสองกลุ่มคลาดกัน และว่ายออกห่างจากกัน ความถี่ของคลื่นโซน่าร์ที่กลุ่ม ข จะรับได้มีค่าเท่าใด

Supersonic speed

สูตรของ Doppler จะไม่สามารถใช้ได้เมื่อ v_O, v_S เคลื่อนที่เร็วกว่าคลื่น

- พิจารณาเมื่อ Observer เคลื่อนที่เร็วกว่าเสียง
- พิจารณาเมื่อ Source เคลื่อนที่เร็วกว่าเสียง → Supersonic



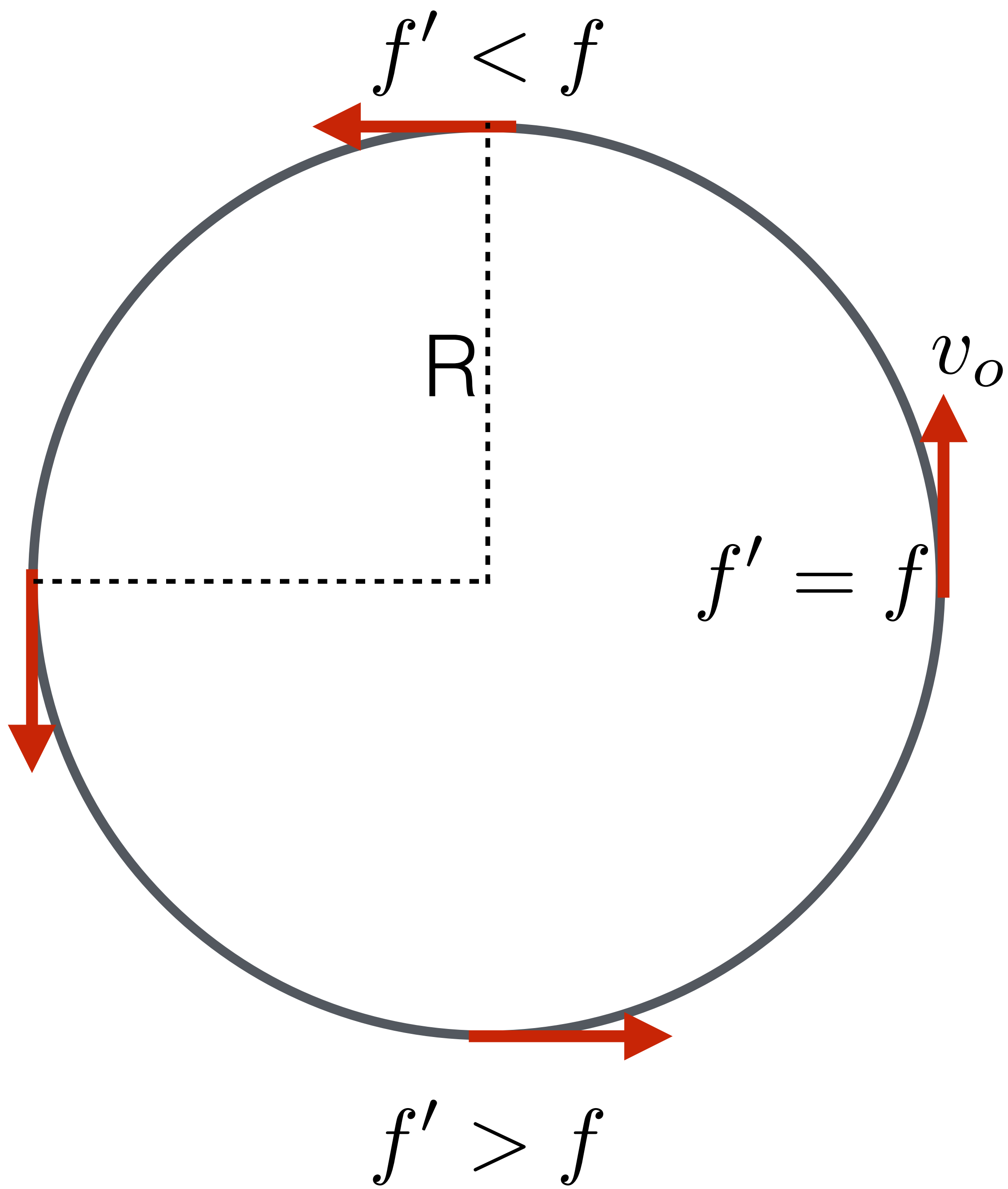
Mach number $M \equiv \frac{v_s}{v}$

จาก Mach cone

$$\sin\theta = \frac{vt}{v_s t} = \frac{1}{M}$$

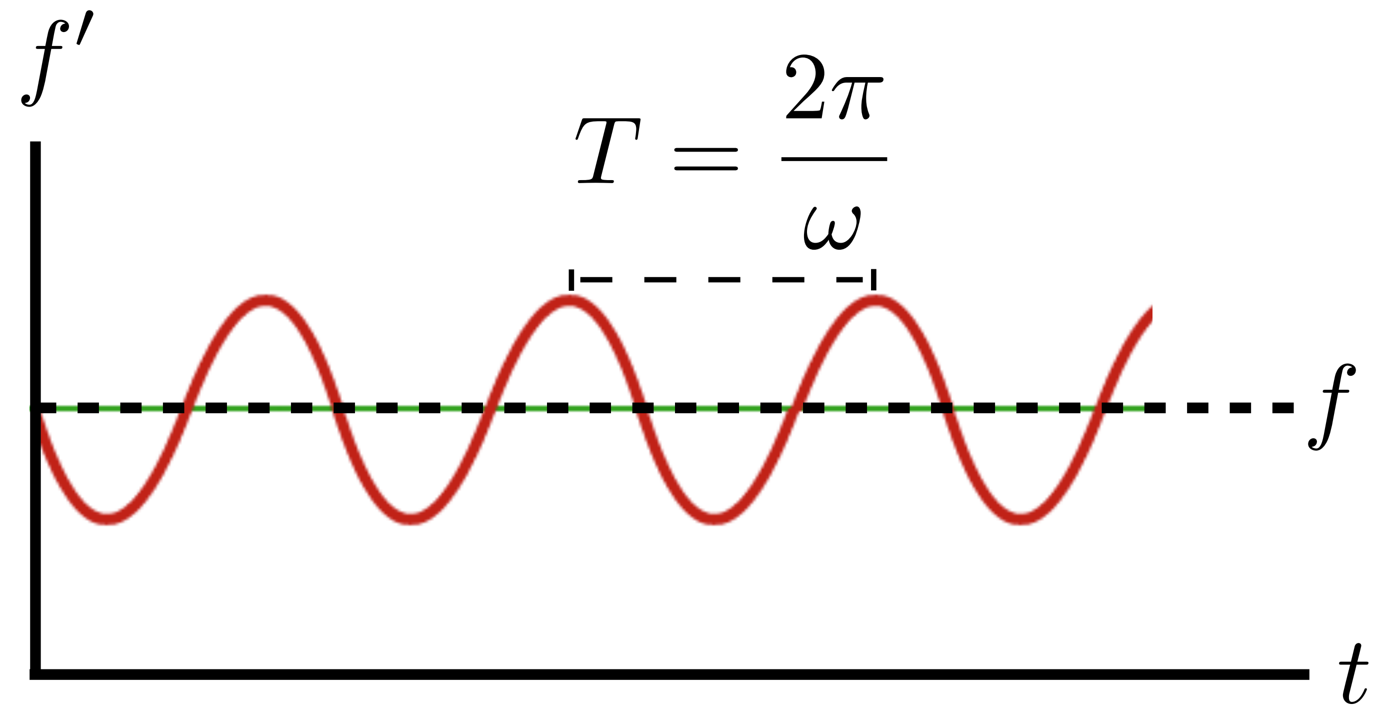
เมื่อขอบของ Mach cone สัมผัสกับพื้นผิว → Sonic boom

More on doppler



พิจารณาเมื่อ Source เคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยความเร็วเชิงมุม ω คงที่

Observer
ทำการบันทึกเสียงที่ได้ยิน



จากที่เราบันทึก เราสามารถหาค่า T, v_s, R
ประยุกต์ใช้กับงานด้านดาราศาสตร์ (ต้องการ Special relativity)